

Красноярский краевой институт повышения квалификации
и профессиональной переподготовки работников образования

Р.Л. Васильева, Е.Г. Тяглова

**Формирование математической
грамотности на уроках
(из опыта работы творческой группы
учителей Красноярского края)**

Методические рекомендации

Красноярск–2022

ББК 74.262.21(2Рос-4Крн)

В 19

Рецензенты

Л.И. Игумнова, первый проректор КК ИПК

Г.В. Раицкая, кандидат педагогических наук, доцент ВАК, заведующий кафедрой начального образования КК ИПК

Васильева Р.Л., Тяглова Е.Г.

В 19 Формирование математической грамотности на уроках (из опыта работы творческой группы учителей Красноярского края): методические рекомендации. Красноярск, 2022. – 94 с.

ББК 74.262.21(2Рос-4Крн)

Сборник содержит текстовые задания нового типа, направленные на формирование математической грамотности, – задачи, контекст которых приближен к реальным жизненным ситуациям. Отражены основные характеристики таких заданий, модельное решение и критерии оценивания ответов учащихся.

В сборнике представлены результаты работы группы учителей Красноярского края по созданию заданий, направленных на формирование умения применять в жизни математические знания, полученные в школе. Содержание пособия построено на основных программных требованиях к математической подготовке учащихся 5–8-х классов.

Издание адресовано учителям математики основной школы, методистам.

Публикуется по решению редакционно-издательского совета Красноярского краевого института повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования

© Васильева Р.Л., Тяглова Е.Г., 2022

© Красноярский краевой институт повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования, 2022

Содержание

Предисловие	4
1. Математическая грамотность как один из результатов основного общего образования	5
2. Влияние типизации задач на процесс математического моделирования	10
3. Анализ ресурсов для создания банка заданий, направленных на развитие и формирование математической грамотности	12
4. Опыт работы творческой группы учителей Красноярского края	20
5. Общие подходы к составлению заданий	22
6. Открытый банк заданий для формирования функциональной грамотности «Математическая грамотность» (5 класс)	25
6. Открытый банк заданий для формирования функциональной грамотности «Математическая грамотность» (6 класс)	37
7. Открытый банк заданий для формирования функциональной грамотности «Математическая грамотность» (7 класс)	56
8. Открытый банк заданий для формирования функциональной грамотности «Математическая грамотность» (8 класс)	71
Библиографический список	91
Интернет-ресурсы	93

Предисловие

Международные сравнительные исследования в области образования показывают, что сильной стороной российских обучающихся является овладение предметными знаниями на уровне их воспроизведения или применения в знакомой учебной ситуации, однако ребята часто испытывают трудности, применяя эти знания в незнакомых ситуациях, приближенных к жизненным. Данная проблема в основном связана с особенностями организации учебного процесса в российских школах, его ориентацией в основном на овладение предметными знаниями и умениями, решение типичных (стандартных задач), как правило входящих в учебники, демоверсии или банки заданий государственной итоговой аттестации. В учебном процессе практически не остается времени на формирование поиска новых или альтернативных способов решения задач, на проведение исследований или групповых проектов [2]. Следует также отметить недостаточную подготовку учителей в области формирования функциональной грамотности, а также отсутствие необходимых учебно-методических материалов.

В данном пособии представлены результаты работы группы учителей Красноярского края под руководством доцента ЦМО КК ИПК Е.Г. Тягловой и старшего преподавателя Р.Л. Васильевой на предмет создания заданий, направленных на формирование функциональной грамотности в рамках учебного предмета «Математика» для 5–8 класса. Для каждого задания определены характеристики, разработана система оценивания, что позволяет учителю использовать его в урочной и внеурочной деятельности.

1. Математическая грамотность как один из результатов основного общего образования

В целях осуществления прорывного научно-технического и социально-экономического развития страны планируется обеспечение вхождения России в число пяти крупнейших экономик мира, в том числе обеспечение темпов экономического роста выше мировых. Правительству РФ поручено обеспечить глобальную конкурентоспособность российского образования, вхождение Российской Федерации в число 10-ти ведущих стран мира по качеству общего образования [4].

В настоящее время система оценки качества Российского образования только формируется, в качестве надежных результатов для оценки качества общего образования считаются только результаты международных исследований PIRLS, TIMSS и PISA. Показатели данных международных исследований зафиксированы в Государственной программе РФ «Развитие образования» на период 2018–2025 годы: «Качество образования характеризуется сохранением лидирующих позиций Российской Федерации в международном исследовании качества чтения и понимания текста (PIRLS), а также в международном исследовании качества математического и естественно-научного образования (TIMSS), а также повышением позиций Российской Федерации в международной программе по оценке образовательных достижений учащихся (PISA) не ниже 20 места в 2025 году, в том числе: повышением позиций Российской Федерации в 2021 году по естественно-научной грамотности не ниже 30 места, по читательской грамотности не ниже 25 места, по математической грамотности – не ниже 22 места» [1].

Таким образом, формирующаяся система оценки качества российского образования должна опираться как на национальные федеральные государственные стандарты, так и на и международные стандарты – образовательные результаты, заданные в международных документах, среди которых выделяют «Навыки 21 века» и концептуальную рамку образовательных результатов ОЭСР 2030.

При явных различиях структуры и содержания данных документов можно выделить общие особенности в концепциях представления образовательных результатов, заданных как перспективы развития школы:

- комплексный подход к формированию образовательных результатов: выделение содержательных составляющих, связанных с формированием (в терминах ФГОС) предметных, метапредметных и личностных результатов;
- контекстуализация содержания образования и учебной деятельности (применение знаний в ситуациях, приближенных к реальным, формирование стратегий поведения в различных контекстах реальной жизни и др.);
- включение в оценочные процедуры методик оценки самостоятельной активности учащихся: их способности решать проблемы, проводить проекты и исследования как индивидуально, так и в групповой деятельности.

На основе анализа участия российских школьников в международных исследованиях, проведенного Институтом стратегии развития образования РАО, сформулированы основные механизмы повышения качества российского образования:

- 1) обновление методов обучения, учебных и методических материалов;
- 2) системное повышение квалификации учителей;
- 3) введение комплексного мониторинга образовательных достижений учащихся и качества образования с использованием современных измерителей для комплексной оценки предметных, метапредметных и личностных результатов («Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»);
- 4) широкое информирование профессионального сообщества и общественности о результатах и инструментарию международных исследований [2].

Таким образом, наряду с такими мониторинговыми процедурами, как: ВПР, краевые контрольные работы – в российской системе основного общего образования с осени 2019 года появляется новая мониторинговая процедура – «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся».

Из названия мониторинга становится понятно, что основным объектом исследования является «функциональная грамотность» учащихся основной школы. В нашем пособии будем придерживаться понимания функциональной грамотности как способности человека действовать в современном обществе, решать различные задачи, используя при этом определенные знания, умения и компетенции [3].

Поскольку в Государственной программе РФ «Развитие образования» в качестве надежных результатов для оценки качества общего образования считаются только результаты международных исследований PIRLS, TIMSS и PISA, то за основу в разработке национального инструментария мониторинга формирования функциональной грамотности приняты подходы, реализованные в исследовании PISA. В исследовании PISA в качестве основных содержательных составляющих функциональной грамотности выделены шесть: математическая грамотность, читательская грамотность, естественно-научная грамотность, финансовая грамотность, глобальные компетенции и креативное мышление.

Рассмотрим понятие математической грамотности, лежащее в основе исследования PISA: *«Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира»* [19]. Она включает использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину.

Другими словами, математически грамотный гражданин, оказавшись в реальной ситуации, где ему следует принять решение, должен суметь распознать место математики в данной ситуации, путем рассуждений перевести ситуацию на язык математики, применить соответствующий математический аппарат, получить решение, проинтерпретировать полученный результат в контексте рассматриваемой ситуации и на основе этого принять оптимальный для себя вариант. Таким образом, математическая грамотность проявляется в конкретной ситуации. Если участник ситуации не смог выполнить хотя бы один этап математического моделирования, то он в данной ситуации не проявил математическую грамотность.

Рассмотрим пример задания PISA и проанализируем, чем оно отличается от типичных заданий школьного курса математики.

Парусные корабли

Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зедра за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «Новая волна».

Тип: фрахтовое судно
(сдаётся в наём).

Длина: 117 метров.

Ширина: 18 метров.

Грузоподъёмность: 12 000 тонн.

Максимальная скорость: 19 узлов.

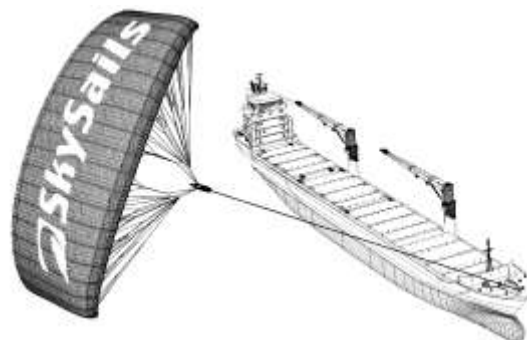
Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров.

Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Количество лет: _____

Первое, на что следует обратить внимание, – это достаточно большой по объёму текст, который вводит нас в научный контекст ситуации. Кроме этого, в тексте представлена информация с рисунками и числовыми значениями, текст крайне «зашумлен» лишними данными.



При решении задачи учащимся следует понимать, что значит выражение «экономия на дизельном топливе покрывает стоимость установки кайта», обращаясь к своему жизненному опыту. Далее следует выделить только ту информацию, которая необходима для ответа на вопрос задачи, а именно:

- стоимость дизельного топлива в 0,42 зедра за литр;
- кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%;
- расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров;
- стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедов.

В результате задачу можно переформулировать в «привычный» вид для школьного курса математики:

За год двигатель на корабле потребляет 3 500 000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка паруса на корабле стоит 2 500 000 р. Парус экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покрывает стоимость установки паруса?

В такой формулировке задача не вызывает трудностей восприятия у учащихся, и с ней уже справляются учащиеся в 6-м классе.

2. Влияние типизации задач на процесс математического моделирования

Еще один аспект, на который стоит обратить внимание при решении задач в школьном курсе математики, – это подведение задач под определенный тип или шаблон решения. В результате такой типизации процесс математизации условия задачи (перевод из текстовой формулировки в математическую модель) происходит ограниченное число раз, а затем разрешивается большой пул похожих задач уже по шаблону, тем самым процесс перевода задачи с текстового вида на язык математики становится формальным. На международной конференции, посвященной результатам участия России в международных исследованиях качества общего образования, прошедшей в ноябре 2016 г. в Москве, данный вопрос был освещен в материалах исследований: «Что в заданиях PISA по математике мешает российским школьникам их выполнять?» [17].

Рассмотрим две задачи школьного курса.

Задача 1. *Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?*

Задача 2. *Владелец кондитерской хочет быстрее продать дорогие шоколадные конфеты, но не снижать на них цену. Для этого он думает сделать ассорти, смешав шоколадные конфеты по 350 рублей за килограмм с более дешёвой карамелью по 72 рубля за килограмм. Сколько шоколадных конфет и карамели должно быть в 1 кг этого ассорти, чтобы его стоимость была примерно 149 рублей за килограмм?*

Задача 1 является высоко типизированной в школьном курсе. Для ее перевода на математический язык традиционно используется табличный вид:

Таблица

	Масса вещества, в кг	Концентрация, в долях	Масса сплава, в кг
1 сплав	$0,1x$ кг	0,1	x кг
2 сплав	$0,3 \cdot (200 - x)$ кг	0,3	$(200 - x)$ кг
3 сплав	$0,1x + 0,3 \cdot (200 - x)$ кг	0,25	200 кг

В результате, получаем математическую модель задачи:

$$0,1x + 0,3 \cdot (200 - x) = 0,25 \cdot 200. \quad (*)$$

Решая задачу 2, мы уже начинаем рассуждать. Допустим пусть x – доля шоколадных конфет в 1 кг ассорти, а $(1 - x)$ – доля карамели в 1 кг ассорти. Тогда стоимость шоколадных конфет равна $350 \cdot x$ руб., а стоимость карамели – $72 \cdot (1 - x)$ руб.



Так как, согласно условию, задачи цена 1 кг ассорти 149 руб., составляем уравнение:

$$350 \cdot x + 72 \cdot (1 - x) = 149. \quad (**)$$

Полученные уравнения (*) и (**) можно записать в общем виде:

$$A \cdot x + B \cdot (N - x) = C \cdot N,$$

где для задачи на сплавы $A = 0,1$; $B = 0,3$; $C = 0,2$; $N = 200$, а для задачи на конфетное ассорти $A = 350$; $B = 72$; $C = 149$; $N = 1$.

В результатах исследования [17] было отмечено, что наиболее сложный этап в решении задачи на ассорти состоял как раз в процессе составления схемы решения задачи и получения уравнения. Следует отметить, что в задачах PISA данное умение (формулирование способа решения задачи) является одним из четырех проверяемых умений.

3. Анализ ресурсов для создания банка заданий, направленных на развитие и формирование математической грамотности

Возникает вопрос: какие из существующих сегодня ресурсов можно считать актуальными для формирования математической грамотности? Рассмотрим в качестве некоего «аналога», задающего логику, одно из заданий PISA, находящееся в открытом доступе (рис. 1). Это задача о «продаже музыкальных дисков» [21].

Продажа музыкальных дисков

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.

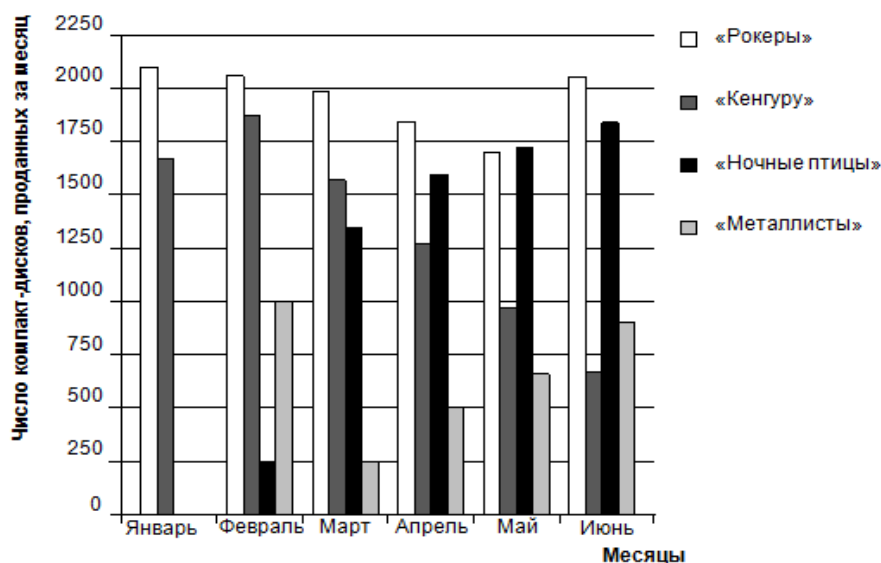


Рис. 1. Продажа компакт-дисков за месяц

1. Сколько компакт-дисков музыкальная группа «Металлисты» продала в апреле?
 - a) 250
 - b) 500
 - c) 1000
 - d) 1270

2. В каком месяце музыкальная группа «Ночные птицы» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «Кенгуру»?

- a) не было такого месяца
- b) март
- c) апрель
- d) май

3. Менеджер группы «Кенгуру» обеспокоен тем, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь. Каков прогноз объёма продаж в июле, если продолжится такая же отрицательная тенденция?

- a) 70 компакт-дисков
- b) 370 компакт-дисков
- c) 670 компакт-дисков
- d) 1340 компакт-дисков

Данное задание относится к содержательной области «Неопределенность и данные», представляет «общественную» ситуацию; познавательная деятельность – «интерпретировать».

Задание содержит три вопроса, отличающиеся друг от друга сложностью, которая возрастает от вопроса к вопросу. Так первый вопрос является традиционным, доступным для учащихся 4–5-х классов, второй вопрос уже требует выполнения нескольких действий, а третий вопрос предполагает, что учащиеся самостоятельно разработают способ решения, и поэтому является совершенно нестандартным.

Похожим на данное задание (по крайней мере, визуально) являются задания из Открытого банка заданий ОГЭ для подготовки к итоговой аттестации учащихся [20]. Рассмотрим задания, которые можно отнести к области «Неопределенность и данные». Контекст таких заданий чаще всего научный или общественный. Что касается познавательной деятельности, то она всегда одинакова – интерпретировать. И интерпретация достаточна на самом простом уровне, так как никаких других преобразований, кроме внимательного чтения графика или диаграммы, здесь не предполагается. Задание проверяет либо воспроизведение простых математических действий, приёмов, процедур, либо установление связей между данными из условия задачи при решении стандартных задач.

Задача «Рождаемость»

На рисунке 2 точками изображено число родившихся мальчиков и девочек (по отдельности) за каждый календарный месяц 2013 года в городском роддоме. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – число рождений. Для наглядности точки соединены линиями.

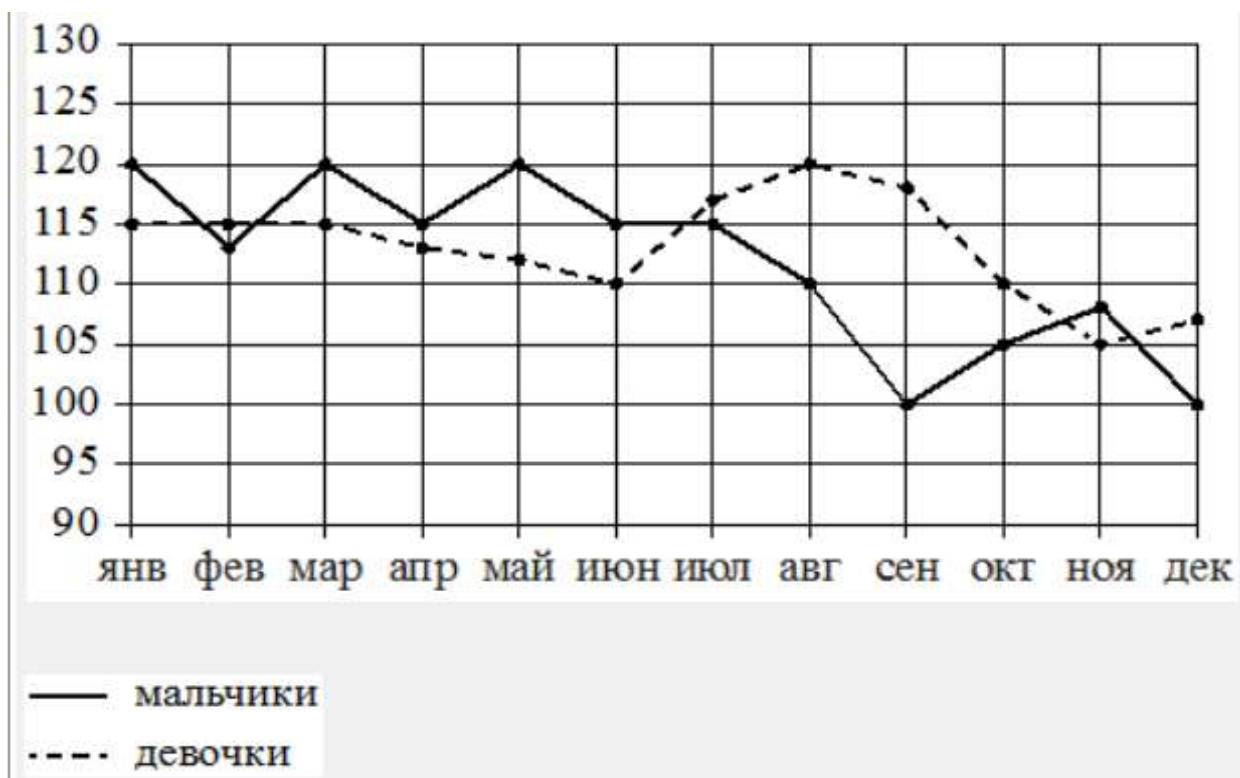


Рис. 2. Число родившихся детей за 2013 год (ежемесячно)

Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику рождаемости в этот период.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) январь–март	1) в каждый месяц этого периода число рождений девочек и мальчиков различалось не более чем на 5
Б) апрель–июнь	2) в один из месяцев этого периода число рождений мальчиков и девочек различалось более чем на 10
В) июль–сентябрь	3) в каждом месяце этого периода мальчиков рождалось больше, чем девочек
Г) октябрь–декабрь	4) рождаемость девочек достигла минимума за весь год

Фактически можно сказать, что задания из Открытого банка заданий ОГЭ – это задачи на математическую грамотность, но очень низкого уровня (ниже первого). С этими заданиями можно работать, но выполняя предварительно их трансформацию. В качестве примера такой трансформации можно предложить следующий вопрос: «По графику видно, что с ноября по декабрь рождаемость мальчиков снизилась. Как вы считаете, какая рождаемость мальчиков будет в январе, если эта тенденция сохранится?»

Для ответа на данный вопрос ученику необходимо не только интерпретировать диаграмму (понять принятые обозначения, найти график, соответствующий показателю «мальчики»), но и определить количество мальчиков, которые родятся в январе, полагая, что сохранится линейная тенденция. Поскольку точный ответ на этот вопрос дать трудно (примерно 92 или 93), то данный вопрос предполагает поиск учеником самостоятельной разработки решения.

Весной 2019 года были внесены изменения в модель КИМ ОГЭ по математике [18]. Связано это было с тем, что в 2020 году должны были сдавать ОГЭ первые выпускники ФГОС ОО. Рассмотрим задания 1–5, которые отличаются от привычных для нас заданий ОГЭ по своему виду. Эти пять заданий объединяет одна картинка, под которой располагается текст, описывающий расположение объектов на ней. Нашему вниманию представлен план домохозяйства (рис. 3).

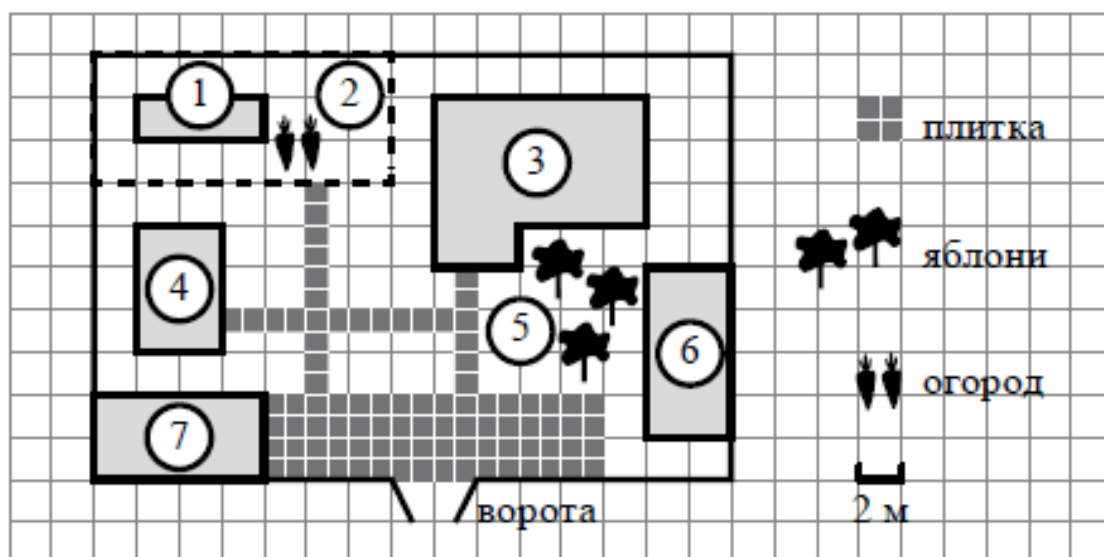


Рис. 3. План домохозяйства

«На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок

имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева – гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. метрам. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 метр и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. метра, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение».

Если обратиться к спецификации, то в ней указаны следующие проверяемые умения: выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Рассмотрим их подробно.

№ 1 «Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр».

Таблица

Объекты	Жилой дом	Сарай	Баня	Теплица
Цифры				

Ответом на данное задание будет последовательность из четырёх цифр, тем не менее, это задание – на смысловое чтение. Верное решение его предполагает всего лишь нахождение единственного значения, указанного в тексте.

№ 2 «Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?»

№ 3 «Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах».

Задания № 2 и № 3 проверяют применение простых математических действий. Здесь происходит интерпретация несложного текста и прямое

применение хорошо известных математических знаний в знакомой ситуации, а именно: разбиение исследуемого объекта на фигуры, площади которых можно вычислить, используя знакомую формулу.

№ 4 «Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах».

Данное задание проверяет умение формулировать ситуацию математически. Ученику нужно найти длину отрезка, но напрямую он это сделать не может и вынужден искать «обходной путь» как сторону прямоугольного треугольника.

№ 5 «Хозяин участка планирует устроить в жилом доме зимнее отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

Таблица

	Нагреватель (котел)	Прочее оборудование и монтаж	Сред. расход газа / сред. потребл. мощность	Стоимость газа / электро-энергии
Газовое отопление	24 тыс. руб.	18 280 руб.	1,2 куб. м/ч	5,6 руб./куб. м
Электр. отопление	20 тыс. руб.	15 000 руб.	5,6 кВт	3,8 руб./(кВт · ч)

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления?»

Данное задание не относится напрямую к общему условию задачи, а только к его последнему предложению. Для решения этой задачи ученик должен понять контекст задачи (о ЖКХ), знать, что такое окупаемость, выгода, иметь представление о бытовых нуждах и обязанностях домовладельца, понимать, как рассчитать стоимость. Это практико-ориентированная задача, для решения которой используются абсолютно все данные из таблицы, решение – единственное.

Можно сделать вывод о том, что представленные в проекте демонстрационного варианта ОГЭ задачи № 1–5 – это учебно-практические задачи, требующие полного и критического понимания текста, ориентированные на работу с информацией, представленной в форме схемы, чертежа, рисунка. И всё-таки, можно ли сказать, что они направлены на

оценку математической грамотности? Да, они направлены только на оценку, но не формирование математической грамотности. Оценка математической подготовки 15-летних учащихся в исследовании PISA основана на определении математической грамотности как способности индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира [19]. Таким образом, задача, если она направлена на формирование математической грамотности, *должна содержать проблему*, представленную в контексте реальной ситуации. Вопросы, на которые необходимо отвечать при выполнении представленных заданий, не содержат реальной проблемы или лица, которому важен ответ на вопрос задачи. Проверяют они (по большому счёту), предметные знания и умения в нетипичной ситуации.

Следующая задача относится к демоверсии ВПР по математике 7-го класса.

«Прочтите текст.

Байкал – самое глубокое озеро на планете. Наибольшая глубина Байкала – 1642 метра. Байкал находится в Сибири между Иркутской областью и Республикой Бурятия. Живописные берега озера тянутся на 2000 километров, а площадь водной поверхности составляет 31 722 кв. км. Прибрежные территории отличаются уникальным разнообразием флоры и фауны. Вода в Байкале удивительно прозрачна: видно дно на глубине 40 метров. Запасы пресной воды в Байкале огромны: объём озера – 23 615 куб. км. Байкал является частью огромной экологической системы, охватывающей сотни тысяч квадратных километров. Специалисты считают, что снижение уровня воды в Байкале даже на 10 см приведёт к необратимым катастрофическим последствиям для всей Восточной Сибири. Есть план построить на берегу озера завод, который будет выпускать байкальскую воду в бутылках. Экологи сильно обеспокоены сложившейся ситуацией.

Предположим, что завод будет выпускать 20 миллионов пятилитровых бутылок в год. Будет ли заметно понижение уровня воды в Байкале, вызванное деятельностью завода в течение трёх лет? Ответ обоснуйте».

Данный текст достаточно сложен для восприятия, так как содержит очень большое количество лишней словесной и количественной информации, не имеющей отношения к вопросу. При этом для решения задачи используются все данные из вопроса и только одно число из текста задачи. Есть сложность и с единицами измерения: вся информация для решения должна быть «под рукой», а здесь есть и кубические километры, и литры. Сама задача относится к области «Изменение и зависимости»,

контекст «научный», познавательная деятельность «Формулировать». Задача решается, как только ученик понимает, что нужно найти высоту объёмной фигуры.

Ещё один ресурс, к которому хочется обратиться, – это школьные УМК по математике. Проблема заключается в том, что существующие УМК содержат типовые текстовые задачи, решая которые, ученик работает с уже готовыми знакомыми ему математическими моделями. Задачи же на математическую грамотность – это ситуации, где необходимо самостоятельно сформулировать задачу, вычленив известные и неизвестные, лишние и недостающие данные. Только в УМК Г.В. Дорофеева для 7–9-х классов есть задачи, отвечающие в той или иной степени данному требованию.

Таким образом, необходимо создавать на уровне региона и РФ банки заданий для развития и формирования математической грамотности. Данному направлению способствует проект «Мониторинг формирования функциональной грамотности», поскольку одной из его задач как раз обозначена задача разработки таких заданий. Задания, включенные в данный сборник, основаны на сюжетах, близких возрасту учащихся основной школы. Включение данных заданий в образовательный процесс на уроке или во внеурочной деятельности сможет повысить мотивацию детей к изучению математики, осознать значимость предмета в общественной и социальной жизни подростка.

4. Опыт работы творческой группы учителей Красноярского края

В 2019 году на базе КК ИПК под руководством доцента ЦМО Е.Г. Тягловой и старшего преподавателя Р.Л. Васильевой из числа учителей математики Красноярского края была создана творческая группа по разработке заданий, направленных на формирование математической грамотности. В состав группы входили:

- *Власова Наталья Викторовна*, заместитель директора по УВР, учитель математики МАОУ «СШ № 149» г. Красноярска;
- *Горбатовская Ирина Леонидовна*, учитель математики и информатики МАОУ «Гимназия №1» г. Сосновоборска;
- *Давлятшина Ирина Сергеевна*, учитель математики МБОУ «СШ № 145» г. Красноярска;
- *Махина Марина Анатольевна*, учитель математики МБОУ «Лицей № 28» г. Красноярска;
- *Новикова Оксана Викторовна*, учитель математики МБОУ «Лицей № 28» г. Красноярска;
- *Цурган Галина Юрьевна*, учитель математики МБОУ «СШ № 39» г. Красноярска.

Участники творческой группы разрабатывали задания, консультировались с преподавателями ЦМО Тягловой Е.Г. и Васильевой Р.Л., которые вносили поправки в формулировку заданий и вопросы к ним. Прежде чем комментировать задание, преподаватели его прорешивали, обсуждали неточности, формулировали предложения по модификации. Предложения всегда носили конструктивный характер, содержали несколько рекомендаций по изменению задания.

Затем учителя предлагали учащимся (разного возраста) решать разработанные задания, после чего учащиеся заполняли листы обратной связи. Для учащихся разного возраста задание отличалось только уровнем сложности (задание одно и то же, понятно, что для учащегося 6-го класса оно считается более сложным, чем для учащегося 9-го класса), но обратная связь была нужна для выявления неточностей в понимании условия, для выявления трудностей при решении задания. В текст задания вносились изменения. Формулировка задания претерпевала от 5-ти до 8-ми итераций.

Обратная связь с учащимися показала, что данного рода задания для ребят непривычны. Они не соотносят их с математикой, так как привыкли к учебным задачам, где все определено и ясно с точки зрения применения предметных знаний: понятно, из какой темы применять знания, по какому алгоритму действовать, что решать (пример на упрощение/вычисление, уравнение, неравенство или на то, какую геометрическую величину искать в заданиях, связанных с геометрическими фигурами).

Иначе говоря, первая сложность заключалась в преобразовании ситуации задания в учебную задачу, которая уже привычна для решения.

Вторая – в следующем: как только фабула задачи была знакома, тогда учащиеся (и коллеги в том числе) не представляли в виде схемы/чертежа ситуацию в задании, а начинали машинально производить манипуляции с известными данными, тем самым решая отличную от данной задачу. Эта сложность была выявлена педагогами КК ИПК благодаря листам обратной связи с учащимися, а также практикумам с учителями по решению заданий, которые придумали члены творческой группы.

Данный опыт позволил сделать вывод о том, что, прежде чем понимать, какую функцию выполняет (или может выполнять) разработанное задание в ходе урока, необходимо каждое задание сопровождать вопросами, отвечая на которые учащиеся будут «продвигаться» к решению задачи. Таким образом, актуальным стал этап составления системы таких вопросов к каждой задаче по разработанному совместно с педагогами алгоритму.

В процессе решения заданий, разработанных учителями, коллеги начали использовать следующие приемы: *Власова Наталья Викторовна* организовала выход в супермаркет для того, чтобы сформировать у учащихся представление, что такое нетто, как оценивать погрешность измерений в конкретной ситуации (соотнести информацию на упаковке с реальной ситуацией путем взвешивания на контрольных весах в магазине); *Горбатовская Ирина Леонидовна* организовала творческую лабораторию у учащихся по придумыванию фабул для заданий, выяснилась специфика сюжетов для жителей маленького города (г. Сосновоборска) и большого мегаполиса.

За период с сентября по декабрь 2019 г. участниками этой творческой группы было создано 18 заданий по 2–3 вопроса в каждом.

5. Общие подходы к составлению заданий

Разработанные в сборнике задания соответствуют подходам, лежащим в основе требований к заданиям «Мониторинга формирования функциональной грамотности» [19]:

1. Учащимся предлагаются не учебные задачи, а контекстуальные, практические проблемные ситуации, разрешаемые средствами математики. Контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не надуманным. Ситуации должны быть характерными для повседневной учебной и внеучебной жизни учащихся (например, связанными с личными, школьными или общественными проблемами, как это понимается в концепции PISA). Поставленная проблема должна быть нетривиальной, интересной и актуальной для учащихся того возраста, на который она рассчитана.

2. Для выполнения задания требуется холистическое, то есть целостное, а не фрагментарное применение математики. Это означает, что требуется осуществить весь процесс работы над проблемой: от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление её решения – до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса (например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).

3. Мыслительная деятельность, осуществляемая при выполнении заданий, описывается в соответствии с концепцией PISA–2021.

4. Для выполнения заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA, и планируемым результатам в объёме ФГОС ООО и Примерной основной образовательной программы, формирование которых осуществляется в 5-х или 7-х классах соответственно.

5. Используется следующая структура задания: даётся описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются два связанных с ней вопроса.

6. Введение в проблему представляет собой небольшой вводный текст мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Введение не должно содержать информацию, которая носит отвлекающий характер. Важно: уровень овладения читательской грамотностью не должен отражаться на проверке математической грамотности. Информация, сообщаемая в задании, даётся в

различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы. Наличие визуализации обязательно. Оказать помощь учащимся в части мысленной визуализации и погружения в сюжет должны фото и рисунки. Графические средства визуализации математического содержания проблемы окажут учащимся помощь на этапе её моделирования, послужат опорой для проведения рассуждений. Если введение содержит слова, которые могут быть не известны учащимся, то в нём можно дать краткое пояснение, определение и/или иллюстрацию к ним.

7. Вопрос позволяет раскрыть приведённую ситуацию с определённой стороны. Каждый самостоятельный содержательный шаг фиксируется; все основные элементы выделяются для оценивания. Для выполнения большинства заданий не требуется делать громоздких вычислений, что позволяет значительно уменьшить влияние вычислительных ошибок на демонстрацию учащимся понимания изученных понятий, применение способов действий для решения поставленных задач. В целях оптимизации вычислений учащимся разрешается использовать калькулятор. В большинстве заданий не содержится прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения (решения), что позволяет проверить, насколько осознанно учащиеся применяют полученные знания. Для ответа на вопрос задания достаточно информации, представленной в описании ситуации; если для ответа на последующие вопросы требуется дополнительная информация, то она сообщается в формулировке вопроса или отдельно. Например, если для выполнения задания требуется использовать формулы, то они приводятся в качестве справочного материала.

8. Учитывается, что задания предлагаются учащимся на компьютере, и ответы они вносят, используя его клавиатуру. При разработке заданий используются возможности компьютера, позволяющие проводить построение заданных математических объектов, переносить на плоскости заданные объекты, выполнять вычисления с заданными числами и др.

9. Используются задания разного типа по форме ответа:

- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;
- со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного двух слов;
- со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной проблемы, построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

Выполнение заданий с выбором ответа и свободным кратким ответом оценивается автоматически, задания со свободным полным ответом оцениваются экспертами. Ниже приводится общая структура характеристики математических заданий «мягкого мониторинга».

Характеристики задания

1. Область содержания (всего 4 данные области): пространство и форма; изменение и зависимости; неопределенность и данные; количество.

2. Контекст (всего 4 контекста): общественная жизнь; личная жизнь; образование/профессиональная деятельность; научная деятельность.

3. Мыслительная деятельность (всего 4 деятельности): рассуждать; формулировать; применять; интерпретировать.

4. Объект оценки (предметный результат): например, чтение графиков реальных зависимостей.

5. Уровень сложности: 1, 2 или 3.

6. Формат ответа: с развёрнутым ответом; с выбором ответа; с кратким ответом.

7. Критерии оценивания (1 или 2 балла): полный ответ – 2 балла, частично верный ответ – 1 балл.

6. Открытый банк заданий для формирования функциональной грамотности «Математическая грамотность» (5 класс)

Задание «Вязание жилета. Орнамент»

На летних каникулах Оля решила связать себе теплый жилет к осенним прохладным дням. Подходящую модель Оля нашла в журнале для вязания и сделала по нему выкройку по своим размерам (рис.1). Измерения на схеме даны в см.

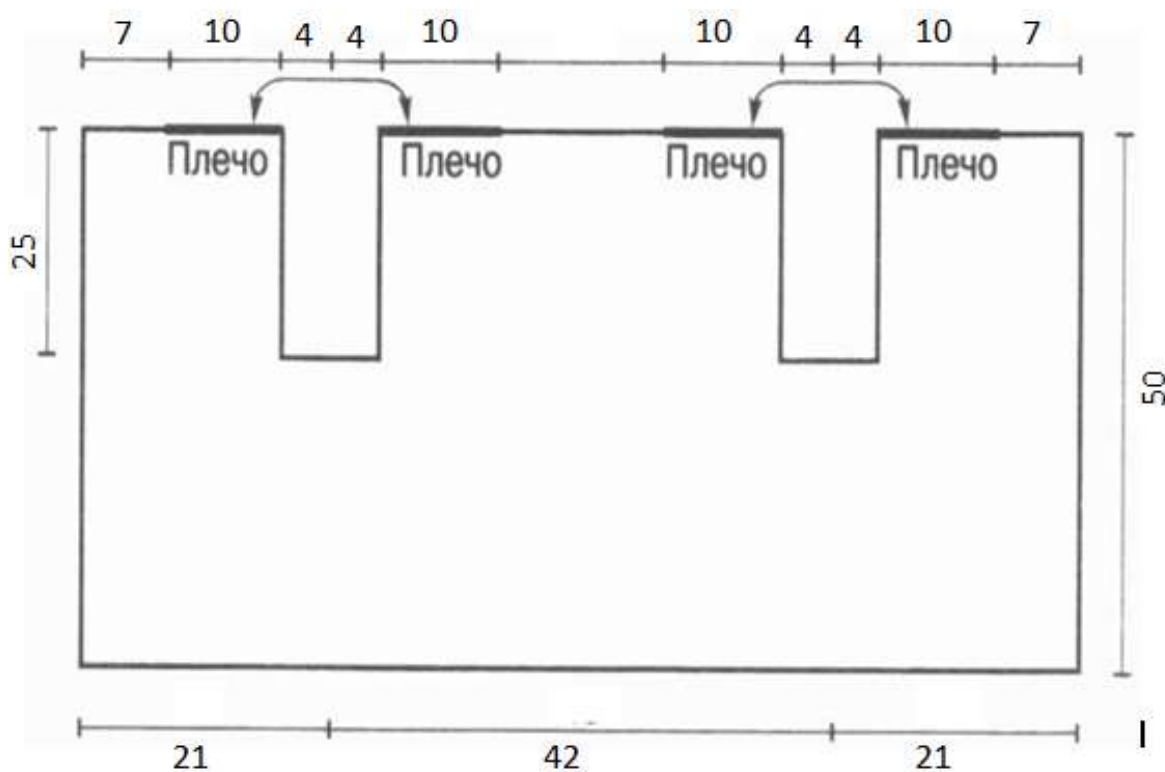
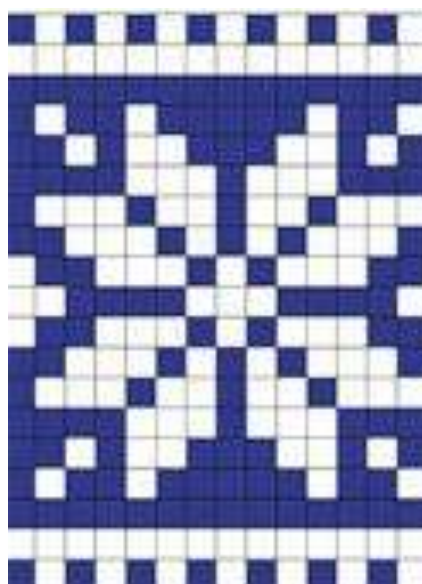


Рис. 1. Выкройка жилета

Низ жилета Оля решила украсить полосой с орнаментом «Цветок», выполненным по схеме, изображенной на рисунке 2.



Основной цвет
жилета



Дополнительный
цвет жилета

Рис. 2. Орнамент «Цветок»

Вопрос 1. Сколько таких «Цветов» можно расположить по низу жилета, если сторона одного квадрата на схеме соответствует 5 мм вязаного полотна?

Вопрос 2. Оля хочет понять, в каком соотношении необходимо взять пряжу дополнительного цвета к пряже основного цвета при вывязывании одного орнамента «Цветок».

Выбери последовательность действий для ответа на поставленный вопрос:

Посчитать количество квадратов дополнительного цвета на схеме.

Посчитать общее количество квадратов на схеме.

Посчитать количество квадратов основного цвета на схеме.

Найти разницу между количеством квадратов дополнительного и основного цвета.

Поделить количество квадратов дополнительного цвета на количество квадратов основного цвета.

В ответе запиши последовательность чисел без пробелов и запятых.

	Задание	«Вязание жилета. Орнамент». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Пространство и форма
	Компетентностная область оценки	Применение
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Применение представления о площади; чтение данных со схемы; подсчет количества квадратов, выкладываемых вдоль длины прямоугольника; перевод из одной единицы измерения в другую
	Предполагаемый возраст	5-й класс

Решение задания «Вязание жилета. Орнамент».

Вопрос 1.

Количество клеток в ширине орнамента одного цветка 14.

$$14 \cdot 5 \text{ мм} = 70 \text{ мм} = 7 \text{ см.}$$

Длина низа жилета равна $21 + 42 + 21 = 84 \text{ см.}$

$$84 : 7 = 12 \text{ (шт.) «Цветков»}.$$

Ответ: 12 «Цветков».

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 12 «Цветков»
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

	Задание	«Вязание жилета. Орнамент». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Количество
	Компетентностная область оценки	Применение
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	1-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Составление плана действий
	Предполагаемый возраст	5-й класс

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 135 или 315
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Вязание жилета»

На летних каникулах Оля решила связать себе теплый жилет к осенним прохладным дням. Подходящую модель Оля нашла в журнале для вязания и сделала по нему выкройку по своим размерам (рис. 3). Измерения на схеме даны в см.

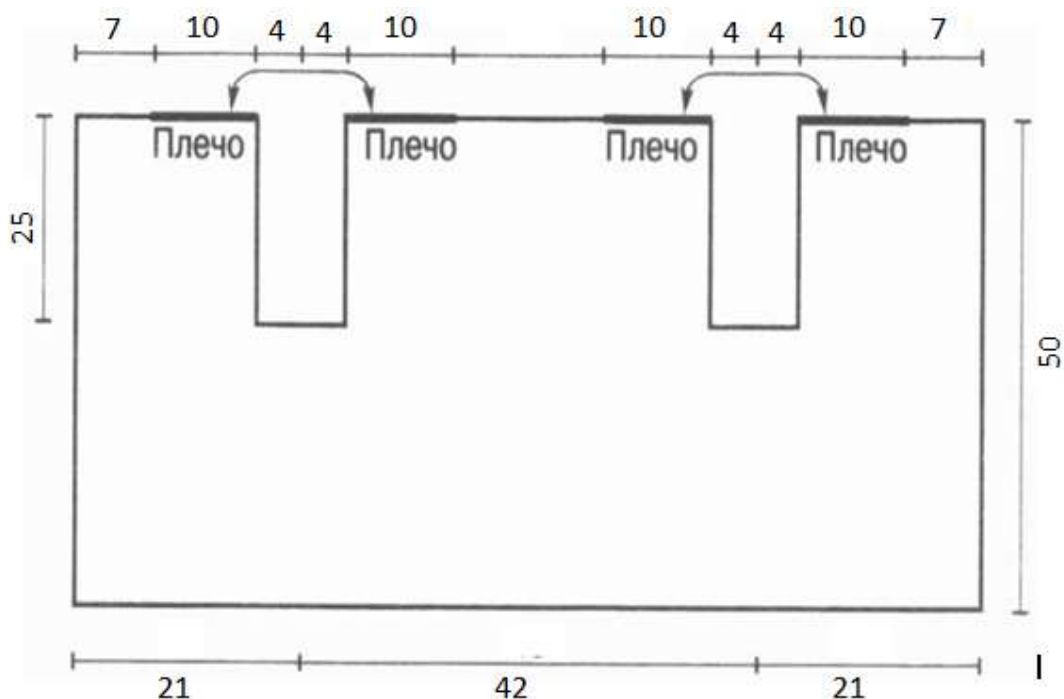


Рис. 3. Выкройка жилета

Чтобы понять, сколько пряжи необходимо купить, Оля связала образец – квадрат размером 10 см×10 см, на вывязывание которого у нее ушло 14 м выбранной пряжи. Рассчитав необходимое количество пряжи на вязание жилета, Оля отправилась за покупкой. В магазине нужная пряжа продавалась в мотках двух видов:

Вес мотка	Длина нити	Цена
50 г	60 м	54 р.
100 г	120 м	102 р.

Вопрос 1. Какую минимальную сумму денег потратит Оля на покупку пряжи для жилета?

АВГУСТ 2019

ПОНЕДЕЛЬНИК	ВТОРНИК	СРЕДА	ЧЕТВЕРГ	ПЯТНИЦА	СБЕДОТА	ВОСКРЕСЕНЬЕ
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

Рис. 4. Календарь (август 2019)

Вопрос 2. Оля заметила, что на вязание образца размером 10 см × 10 см она затратила 20 минут. Успеет ли Оля довязать жилет до окончания своих летних каникул, если она вязала только в будние дни в течение часа, а начала работу 1 августа (рис. 4)? Ответ обоснуйте.

	Задание	«Вязание жилета». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Изменение и зависимости
	Компетентностная область оценки	Применение
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	3-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Выполнение приближенных вычислений, округление до целых с избытком; чтение данных из таблицы, схемы; применение представления о площади; нахождение площади фигуры разбиением на прямоугольники
	Предполагаемый возраст	5-й класс

Решение задания «Вязание жилета»

Вопрос 1

Найдем площадь фигуры на выкройке:

$$50 \cdot (42 + 21 + 21) - 8 \cdot 25 \cdot 2 = 4200 - 400 = 3800 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Вычислим, во сколько раз площадь образца меньше площади выкройки:

$$3800 : (10 \cdot 10) = 38 \text{ (раз)}.$$

Узнаем, сколько пряжи потребуется:

$$38 \cdot 14 = 532 \text{ (м)}.$$

Вычислим, сколько мотков первого типа потребуется:

$$532 : 60 = 8,86\text{... (шт.)}$$

Значит, потребуется 9 мотков.

Вычислим, сколько мотков второго типа потребуется:

$$532 : 120 = 4,43\text{... (шт.)}$$

Значит, потребуется 5 мотков.

Найдем, сколько заплатим за покупку 9 мотков по 54 рубля:

$$54 \cdot 9 = 486 \text{ (р.)}$$

Найдем, сколько заплатим за покупку 5 мотков по 102 рубля:

$$102 \cdot 5 = 510 \text{ (р.)}$$

Ответ: 486 рублей

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 486 рублей
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

	Задание	«Вязание жилета». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Количество
	Компетентностная область оценки	Интерпретировать
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Развернутый ответ
	Описание задания	Выполнение действий с натуральными числами; перевод единиц времени; применение представления о площади; обоснование вывода
	Предполагаемый возраст	5-й класс

Решение задания «Вязание жилета»

Вопрос 2

I способ

Найдем площадь фигуры на выкройке:

$$50 \cdot (42 + 21 + 21) - 8 \cdot 25 \cdot 2 = 4200 - 400 = 3800 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Вычислим, во сколько раз площадь образца меньше площади выкройки:

$$3800 : (10 \cdot 10) = 38 \text{ (раз)}.$$

Всего у Ольги 22 дня для вязания по 1 часу или $22 \cdot 60 = 1320$ минуты.

$1320 : 20 = 66$ фрагментов размером 10×10 может связать Ольга за эти дни.

Ответ: $38 < 66$, значит, Ольга успеет закончить работу.

II способ

Найдем площадь фигуры на выкройке:

$$50 \cdot (42 + 21 + 21) - 8 \cdot 25 \cdot 2 = 4200 - 400 = 3800 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Вычислим, во сколько раз площадь образца меньше площади выкройки:

$$3800 : (10 \cdot 10) = 38 \text{ (раз)}.$$

За час Ольга вяжет 3 образца. Значит, в день она свяжет также 3 образца.

$38 : 3 = 12$ (ост. 2), значит, ей понадобится 13 дней. Всего у Ольги 22 дня для вязания по 1 часу.

Ответ: $13 < 22$, значит, Ольга успеет закончить работу.

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: успеет. Приведено обоснование, включающее сравнение площади образца с полотном, а также объяснено, почему хватит времени
1 балл	Дан ответ: успеет. Приведено неполное обоснование
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Покупка телевизора»

Правильное расположение телевизора в комнате играет важную роль, так как безопасно смотреть ТВ без ущерба для зрения можно, если только подобрать оптимальное расстояние до телевизора в зависимости от его диагонали и разрешения экрана (рис. 5).

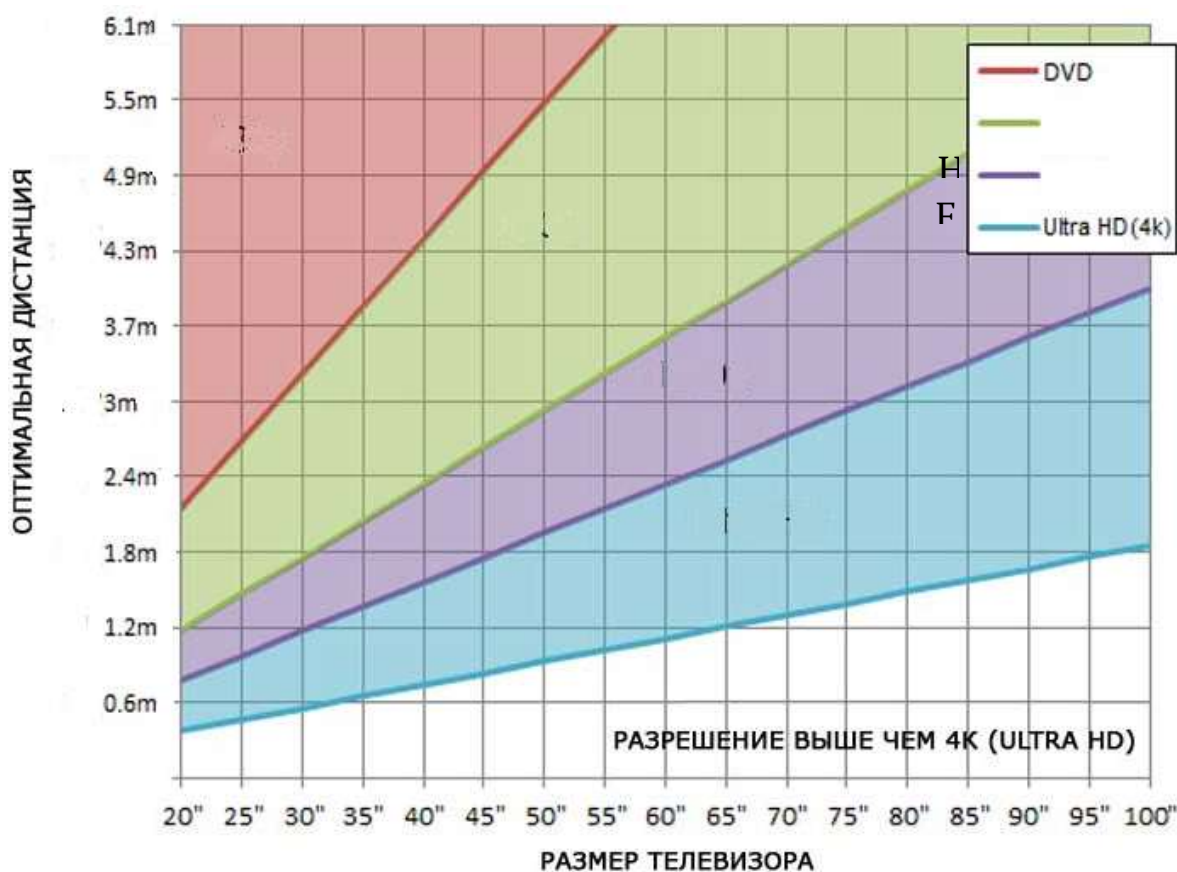


Рис. 5. Оптимальное расстояние для просмотра телевизора для различных разрешений

Справка. Диагональ телевизора – это расстояние между двумя углами телеэкрана по диагонали. По общепринятым стандартам эта длина измеряется в дюймах (1 дюйм = 2,54 сантиметра).

Семья Сидоровых решила купить телевизор в гостиную и поместить его в комнате так, как показано на схеме (рис. 6).

Папа для просмотра телевизора выбирает на диване место, самое близкое к экрану, а мама любит смотреть телевизор, выбирая, напротив, самое дальнее место на диване от экрана телевизора.

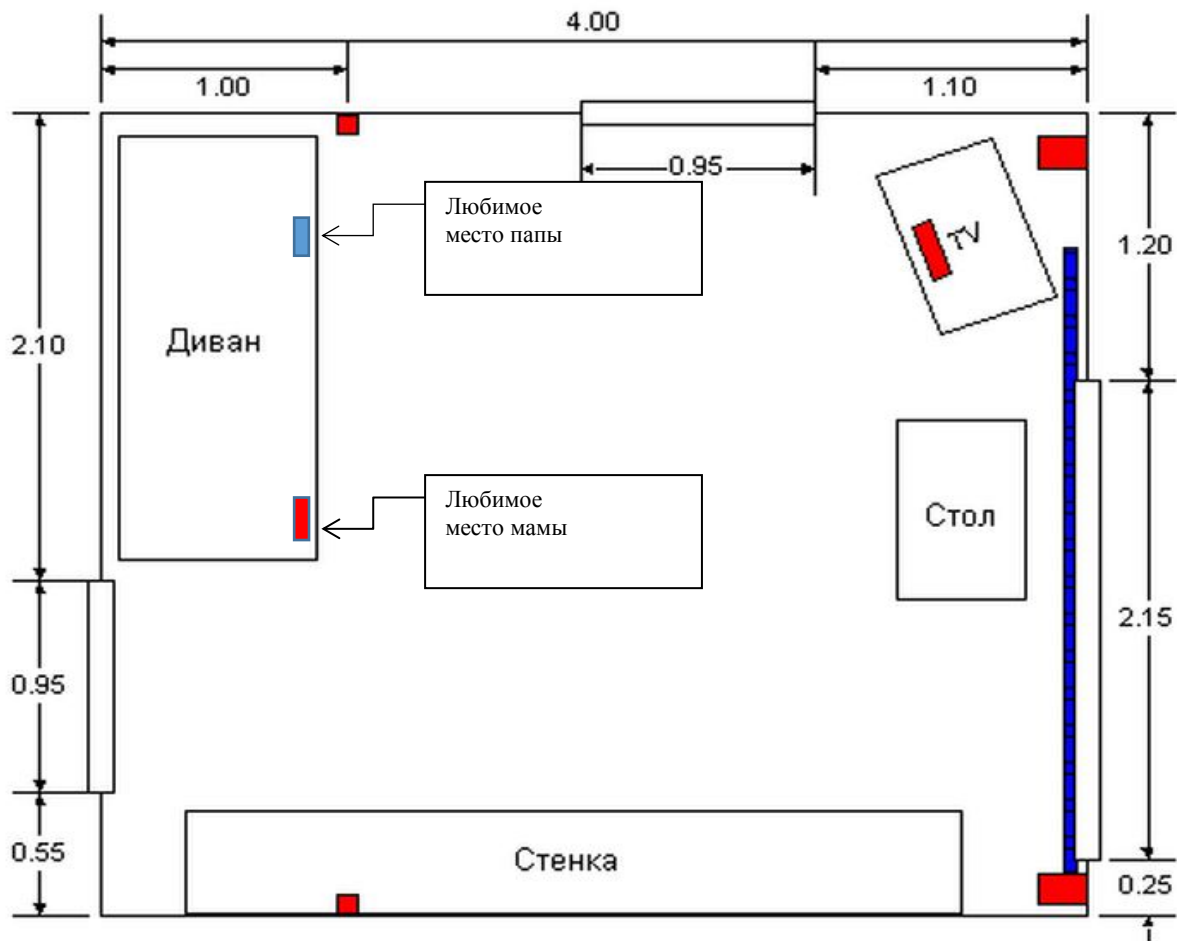


Рис. 6. Схема гостиной

Вопрос 1. Каким может быть размер диагонали телевизора с разрешением HD, который могут купить Сидоровы для безопасного использования? Запишите ответ и соответствующее обоснование.

Вопрос 2. На покупку телевизора Сидоровы готовы потратить не более 50 000 рублей. Изучите предложения магазина и выберите самый привлекательный по цене вариант покупки телевизора, учитывая, что на витринный образец делается скидка 5%. В ответе укажите марку телевизора и стоимость покупки.

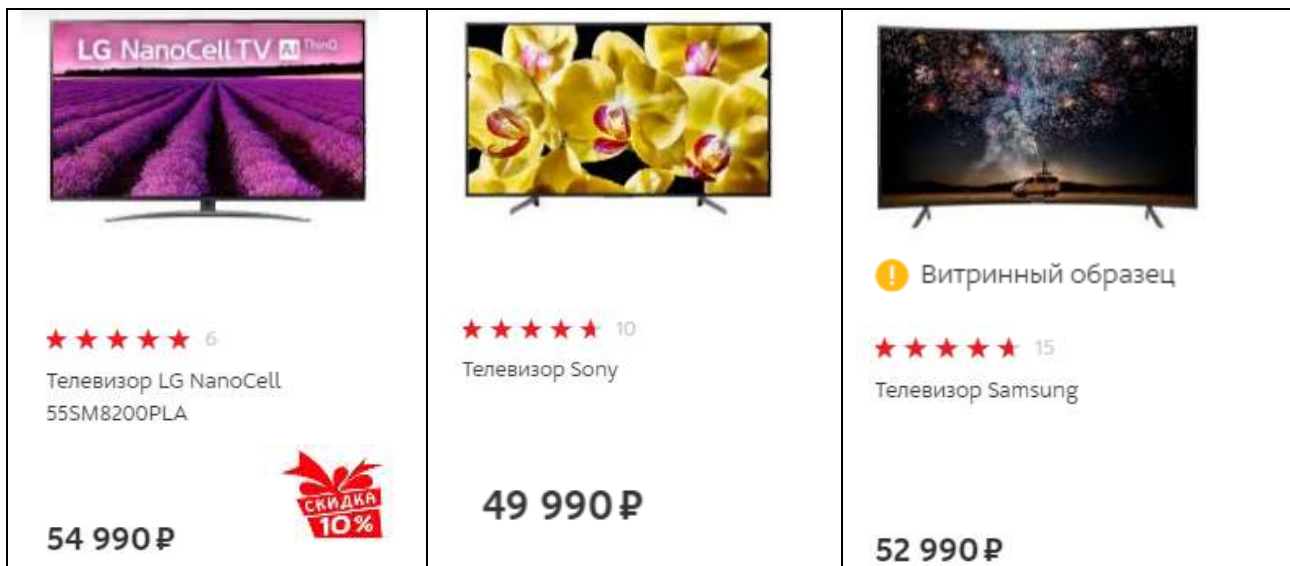


Рис. 7. Варианты моделей телевизоров (для приобретения)

	Задание	«Покупка телевизора». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки	Рассуждать
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	3-й уровень
	Формат ответа	Развернутый ответ
	Описание задания	Определение примерной длины отрезков; извлечение информации из схем и диаграмм; обоснование вывода
	Предполагаемый возраст	5-й класс

Решение задания «Покупка телевизора»

Вопрос 1

Кратчайшее расстояние от дивана до экрана указано как любимое место для папы. Примерное расстояние 2,4 м. Значит, для отца следует ориентироваться на значения: от 25 дюймов до 40 дюймов.

Мама соответственно сидит дальше от экрана. Сложно точно оценить ее расстояние, но она находится на расстоянии от телевизора не более 3 м. Значит, для неё следует ориентироваться на значения: от 30 дюймов до 50 дюймов.

Ответ: любой набор из значений 30”, 35”, 40”.

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: любой набор из значений 30”, 35”, 40”. Приведено обоснование, включающее оценку и сравнение расстояний от места папы до телевизора и от места мамы до телевизора. Верно определены возможные оптимальные значения диагонали телевизора для каждого из родителей
1 балл	Дан ответ: любой набор из значений 25”, 30”, 35”, 40”, 45”. Приведено неполное обоснование
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

		Задание	«Покупка телевизора». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки		Количество
	Компетентностная область оценки		Применять
	Контекст		Личная жизнь
	Уровень сложности		1-й уровень
	Формат ответа		Краткий ответ
	Описание задания		Извлечение информации из рисунка; нахождение процента от числа; сравнение десятичных дробей
	Предполагаемый возраст		5-й класс

Решение задания «Покупка телевизора»

Вопрос 2

телевизор «LG»: $54990 \cdot 0,9 = 49491$ (р.)

телевизор «SONY»: 49990 (р.)

телевизор «SAMSUNG»: $52990 \cdot 0,95 = 50340,5$ (р.)

Ответ: LG, 49491 рубль.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: LG, 49491 рубль
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

6. Открытый банк заданий для формирования функциональной грамотности «Математическая грамотность» (6 класс)

Задание «Молочная продукция»

2020



Рис. 1. Календарь 2020

1 апреля в Новосибирске и Красноярске была произведена молочная продукция. Выезжая одновременно (1 апреля в 23:00 часа), товарные поезда везут пищевой йогурт из Новосибирска в Красноярск и молоко Tetra Pak (ТВА Sq) из Красноярска в Новосибирск. Новосибирский поезд через 4 ч 48 мин после выезда встречает красноярский и через 3 ч 12 мин прибывает в Красноярск. Сколько дней может реализовываться молоко и йогурт в супермаркетах Новосибирска и Красноярска (рис. 1)? Прайс-лист на молочную продукцию представлен в таблице.

Прайс-лист на молочную продукцию

№	Наименование продукции	Жирность, %	Объем /вес (л/кг)	Тип упаковки	Срок годности	Цена
1	Молоко ультрапастеризованное «Простоквашино»	1,5	0,95	ТВА Sq	6 мес.	29,49 р.
2	Молоко пастеризованное «Простоквашино»	2,5	0,93	ПЭТ-бутылка	10 суток	28,00 р.
3	Молоко пастеризованное «Простоквашино» отборное	3,4–6	0,93	ПЭТ-бутылка	10 суток	29,40 р.
4	Кефир «Простоквашино»	2,5	0,93	ПЭТ-бутылка	10 суток	29,40 р.
5	Сливки ультрапастеризованные «Простоквашино»	10	0,2	Комби-фит	4 мес.	16,71 р.
6	Йогурт питьевой «Летний день» абрикос	1,5	0,5	TBSq	20 суток	18,71 р.
7	Йогурт питьевой «Летний день» земляника	1,5	0,5	TBSq	20 суток	18,71 р.

	Задание	«Молочная продукция»
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки	Интерпретировать
	Контекст	Общественная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Извлечение и интерпретация данных, представленных в таблицах; выполнение прикидки времени начала продаж; реальные расчеты.
	Предполагаемый возраст	6-й класс

Решение задания «Молочная продукция»

4 ч 48 мин + 3 ч 12 мин = 8 ч – время доставки йогурта в Красноярск.

Время доставки молока из Красноярска в Новосибирск вычислить точно не получится, но можно сказать, что поезд в Новосибирск идет ненамного медленнее поезда, идущего в Красноярск, поэтому можно считать, что реализация продукции в супермаркетах начнется 2 апреля.

$(30 - 1) + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 = 182$ (дня) – может реализовываться молоко.

$20 - 1 = 19$ (сут.) – может реализовываться йогурт.

Ответ: 182 дня, 19 суток.

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: 182 дня, 19 суток
1 балл	В ответе указано только одно верное значение: 182 или 19. Второе значение либо ошибочное, либо отсутствует
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Гора Ай-Петри»

Три туриста собрались на экскурсию в Крым. Зайдя на сайт «Экскурсии по Крыму», они узнали несколько интересных фактов о горе Ай-Петри:

- подъем на гору осуществляется по канатной дороге, которую обслуживают 4 фуникулера весом 1,5 тонны каждый, вместимостью 35 человек;
- общая протяженность подъема на вершину горы по канатной дороге составляет 2,88 км;
- скорость движения фуникулера 6–8 м/с;
- от центральной станции «Сосновый бор» до конечной «Ай-Петри» протянут трос длиной 1860 метров без единой опоры!

Приехав на канатную дорогу, они купили билеты. В билете одного из туристов было указано, что перед ним в очереди 88 человек.

Вопрос 1. В какой по счету фуникулер сядут три туриста?

Вопрос 2. Сколько селфи-снимков сделает один пассажир фуникулера во время подъема на вершину горы, если за минуту он успевает сделать 20 снимков?

	Задание	«Гора Ай-Петри». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Количество
	Компетентностная область оценки	Применять
	Контекст	Общественная жизнь
	Уровень сложности	1-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Действия с натуральными числами; деление с остатком; округление с учётом условий описанной ситуации по избытку
	Предполагаемый возраст	5–6-й класс

Решение задания «Гора Ай-Петри»

Вопрос 1

$88 + 3 = 91$ (чел.) – количество человек, ожидающих фуникулёр, с учетом очереди и 3-х туристов.

$91 : 35 = 2$ (ост. 21), таким образом, для 91 пассажира двух фуникулёров недостаточно.

Ответ: в третий фуникулёр.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: в третий фуникулёр или (в 3-й фуникулёр)
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

	Задание	«Гора Ай-Петри». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Изменение и зависимости
	Компетентностная область оценки	Интерпретировать
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Установление зависимости между скоростью движения фуникулера и количеством снимков; перевод из одной единицы измерения в другую
	Предполагаемый возраст	5–6-й класс

Решение задания «Гора Ай-Петри»

Вопрос 2

$$2,88 \text{ км} = 2880 \text{ м}$$

$$2880 : 6 = 480 \text{ (с)} - \text{ время подъема фуникулера при скорости 6 м/с.}$$

$$2880 : 8 = 360 \text{ (с)} - \text{ время подъема фуникулера при скорости 8 м/с.}$$

$$480 : 60 = 8 \text{ (мин)} - \text{ время подъема фуникулера при скорости 6 м/с.}$$

$$360 : 60 = 6 \text{ (мин)} - \text{ время подъема фуникулера при скорости 8 м/с.}$$

$$8 \cdot 20 = 160 \text{ (шт.)} - \text{ селфи-снимков сделал пассажир фуникулера во время подъема при скорости 6 м/с.}$$

$$6 \cdot 20 = 120 \text{ (шт.)} - \text{ селфи-снимков сделал пассажир фуникулера во время подъема при скорости 8 м/с.}$$

Ответ: от 120 до 160 селфи-снимков.

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: от 120 до 160 селфи-снимков
1 балл	Указано подмножество значений промежутка [120; 160 или несколько значений, принадлежащих промежутку [120; 160]
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Физкультура»

Лера – прилежная ученица, но зачет по бегу на физкультуре сдать не могла. Она решила летом бегать по 30 минут каждый день. В свой день рождения, 23 июля, Лере тренировку пришлось отложить. Каждую неделю девочка записывала свой лучший результат в дневнике тренировок.

Номер недели	1	2	3	4	5	6	7
Результат забега на 1000 м, мин. сек	5.01,0	5.00,0	4.56,0	4.34,0	4.14,0	4.52,0	4.24,0

Июнь							Июль							Август						
Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
					1	2	1	2	3	4	5	6	7				1	2	3	4
3	4	5	6	7	8	9	8	9	10	11	12	13	14	5	6	7	8	9	10	11
10	11	12	13	14	15	16	15	16	17	18	19	20	21	12	13	14	15	16	17	18
17	18	19	20	21	22	23	22	23	24	25	26	27	28	19	20	21	22	23	24	25
24	25	26	27	28	29	30	29	30	31					26	27	28	29	30	31	

Вопрос 1. Сколько часов тренировалась Лера с 5 июля по 22 августа? Запишите соответствующее обоснование.

Вопрос 2. Какого лучшего результата достигла Лера за все время тренировок?

Задание		«Физкультура». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки	Применять
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Развернутый ответ
	Описание задания	Действия с рациональными числами; перевод из одной единицы измерения в другую; извлечение и интерпретация данных, представленных в таблице
	Предполагаемый возраст	5–6-й класс

Решение задания «Физкультура».

Вопрос 1

с 5 июля по 23 августа – 49 дней, 30 мин = 0,5 ч.

$49 - 1 = 48$ (д.) – всего бегала Лера.

$48 \cdot 0,5 = 24$ (ч) – тренировалась Лера с 5 июля по 23 августа.

Ответ: 24 часа.

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: 24 ч. Приведено соответствующее обоснование: верно определено количество дней, которое тренировалась Лера, верно осуществлен перевод единиц времени.
1 балл	Дан ответ: 24 ч. Без пояснений
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

	Задание	«Физкультура». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки	Интерпретировать
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	1 - й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Извлечение и интерпретация данных, представленных в таблицах согласно условию.
	Предполагаемый возраст	5–6-й класс

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 4.14,0
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Клумба»

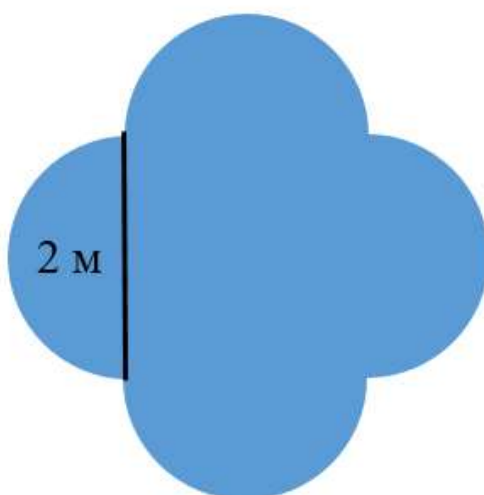


Рис. 2. Форма клумбы

На «Совете старшеклассников» ребята обсуждали вопрос создания природного и эстетического микроклимата на территории школы. По их мнению, это позволит ученикам познавать окружающую их природу непосредственно в процессе обучения.

Размышляя над вопросом благоустройства школьного двора, решили разбить клумбу необычной формы (рис. 2).

Чтобы придать клумбе эстетичный вид, ее необходимо огородить гибким бордюром. На складе, с которым у школы заключен договор, имеются в наличии бордюры двух видов: ограждение садовое «Плетёнка» и бордюр «Волна».

	Название ограждения, размеры	Цена за 1 шт.
	Ограждение садовое «Плетёнка»: высота 19,5 см; длина 2,4 метра.	380 р.
	Бордюр «Волна»: высота 90 мм; длина 3,2 метра	480 р.

Вопрос 1. Покупка какого ограждения будет выгоднее? Приведите соответствующее обоснование.

Вопрос 2. Для озеленения клумбы необходимо закупить цветы в оранжерее. Сколько корней рассады цветов надо купить при плотности посадки 20 корней на 1м^2 ? Запишите ответ на вопрос и объясните, как найти площадь клумбы. Для расчета используйте целые значения необходимых числовых коэффициентов.

		Задание	«Клумба». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки		Пространство и форма
	Компетентностная область оценки		Интерпретировать
	Контекст		Общественная жизнь
	Уровень сложности		3-й уровень
	Формат ответа		Развернутый ответ
	Описание задания		Распознавание геометрических форм и описывание формы клумбы с помощью языка геометрии; нахождение периметра фигуры, составленной из полуокружностей; извлечение информации из рисунков
	Предполагаемый возраст		6-й класс

Решение задания «Клумба»

Вопрос 1

Периметр клумбы состоит из четырех равных полуокружностей или двух окружностей, диаметром 2 метра, значит $R = 1$ м. $L = 2C = 4\pi R$.

(Выбор значения π остается за учащимся. В наших расчетах $\pi \approx 3,1$.)

$4 \cdot 3,1 \cdot 1 = 12,4$ (м) – периметр клумбы.

$12,4 : 2,4 = 31/6 \approx 6$ (уп.) – требуется ограждения «Плетёнка».

$6 \cdot 380 = 2280$ (руб.) – стоимость ограждения «Плетёнка».

$12,4 : 3,2 = 31/8 \approx 4$ (уп.) – требуется бордюра «Волна».

$4 \cdot 480 = 1920$ (р.) – стоимость бордюра «Волна».

Так как $1920 < 2280$, то более выгодный бордюр «Волна».

Ответ: бордюр «Волна».

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: бордюр «Волна». Приведено соответствующее обоснование из каких фигур составлен периметр клумбы; верно выполнены сопутствующие вычисления
1 балл	Дан ответ: бордюр «Волна». Приведены расчеты, имеющие одну вычислительную ошибку; либо не имеется пояснения, из чего состоит периметр клумбы, при этом вычисления проведены верные
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

		Задание	«Клумба». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки		Пространство и форма
	Компетентностная область оценки		Формулировать
	Контекст		Общественная жизнь
	Уровень сложности		3-й уровень
	Формат ответа		Развернутый ответ
	Описание задания		Распознавание геометрических форм и описывание формы клумбы с помощью языка геометрии; нахождение площади фигуры, составленной из полукругов и квадрата; извлечение информации из рисунков
	Предполагаемый возраст		6-й класс

Решение задания «Клумба»

Вопрос 2

Клумба состоит из квадрата со стороной 2 м и четырех полукругов, радиусом 1 м. Таким образом, для нахождения площади клумбы необходимо найти площади квадрата и четырех полукругов (или двух кругов).

$$S_{\text{круга}} = \pi R^2 .$$

Согласно требованию «для расчета используйте целые значения необходимых числовых коэффициентов» выбираем $\pi \approx 3$.

$$3 \cdot 1^2 \cdot 2 + 2^2 = 10 \text{ (м}^2\text{)} - \text{площадь клумбы.}$$

$$10 \cdot 20 = 200 \text{ (шт.)} - \text{корней рассады требуется.}$$

Ответ: 200 корней.

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: 200 корней. Приведено соответствующее обоснование, из каких фигур составлена клумба, с указанием размеров их элементов (стороны квадрата и радиуса/диаметра полукруга); верно выполнены сопутствующие вычисления
1 балл	Дан ответ: 200. Приведены расчеты, имеющие одну вычислительную ошибку при полном пояснении; либо в пояснении не указано, чему равна сторона квадрата и/или чему равен радиус полукругов, при этом вычисления проведены верные
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Каникулы»


КАРТА «ТРОЙКА» И БИЛЕТ «ЕДИНЬЙ»			
	С ЛИМИТОМ ПОЕЗДОК (необходимо попросить кассира записать билет на карту)	Сумма, Р	Стоимость 1 поездки, Р
 	1 поездка	55	55
	2 поездки	110	55
	20 поездок	720	36
	40 поездок	1440	36
	60 поездок	1700	28,3
КОШЕЛЕК (можно положить деньги на счет и тратить их во время поездок на транспорте)			
   	Метро и монорельс	до 3000	35
	Наземный транспорт		35
	Метро и наземный транспорт по тарифу «90 минут» с пересадками		35+19*
БЕЗЛИМИТ (нужно попросить кассира записать на карту неограниченное число поездок)			
 	30 дней	2000	Зависит от частоты поездок
	90 дней	5000	
	365 дней	18 200	
*Тариф «90 минут» позволяет за 1,5 часа совершить одну поездку на метро и несколько пересадок на наземном транспорте. Поездка на метро будет стоить 35 рублей, а в любом другом транспорте после пересадки - 19 рублей.			

Рис. 3. Варианты тарифов оплаты проезда

Семья Ивановых, состоящая из трех человек, приехала на 7 дней в Москву на каникулы. Каждый день семья выезжает на экскурсии из г. Химки до станции метро «Охотный ряд». Сначала они едут на автобусе, а затем на метро, и каждый день они все вместе возвращаются обратно (рис. 3).

Вопрос 1. Какую сумму израсходует семья Ивановых на одного человека за время каникул, если будет ежедневно покупать карту «Тройка» с лимитом на две поездки в метро, а за одну поездку в автобусе платить 40 рублей?

Вопрос 2. Рассчитайте, какой тариф для всей семьи выгоднее на время каникул: «Безлимит» или «Кошелёк»? В ответе укажите сумму и название тарифа. Запишите соответствующее обоснование.

		Задание	«Каникулы». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область	Содержательная область	Неопределенность и данные
	Компетентностная область	Компетентностная область	Применять
	Контекст	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	Уровень сложности	1-й уровень
	Формат ответа	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Описание задания	Интерпретирование данных в таблице, выполнение реальных расчетов
	Предполагаемый возраст	Предполагаемый возраст	5–6-й класс

Решение задания «Каникулы»

Вопрос 1

$$40 \cdot 2 \cdot 7 + 110 \cdot 7 = 1330 \text{ р.}$$

Ответ: 1330 рублей.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 1330 рублей
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

	Задание	«Каникулы». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Изменение и зависимости
	Компетентностная область оценки	Интерпретировать
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	3-й уровень
	Формат ответа	Развернутый ответ
	Описание задания	Интерпретирование данных в таблице; выполнение реальных расчетов; обоснование вывода
	Предполагаемый возраст	5–6-й класс

Решение задания «Каникулы»

Вопрос 2

Тариф «Безлимит»:

$2000 \cdot 3 = 6000$ (р.) – потратит семья за каникулы.

Тариф «Кошелёк»:

Тариф «90 минут» активизируется после пересадки с метро на наземный транспорт. Следовательно, поездка из г. Химки до ст. Охотный ряд оплачивается по тарифу «Кошелёк».

$(35 + 35) \cdot 7 \cdot 3 = 1470$ (р.). Поездка на обратном пути от ст. «Охотный ряд» до г. Химки активизирует тариф «90 минут»: $(35 + 19) \cdot 7 \cdot 3 = 1134$ (р.).

Таким образом, получаем: $1470 + 1134 = 2604$ рубля

$2604 < 6000$, то есть наиболее выгодный тариф «Кошелёк».

Ответ: 2604 рубля, тариф «Кошелёк».

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: 2604 рубля, тариф «Кошелёк». Приведены вычисления в качестве обоснования
1 балл	Дан ответ: тариф «Кошелёк», указано ошибочное значение суммы для данного тарифа из-за одной вычислительной ошибки, которая выявлена при проверке обоснования
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Калитка»

Семья Петровых устанавливает на дачном участке калитку (рис. 4). Условия установки таковы: между двумя столбами калитки необходимо установить раму из 10 металлических прутьев толщиной 1,5 см, расстояние между прутьями 23 см, расстояние между столбами 257,5 см. Оплата установки – 2 тыс. рублей.

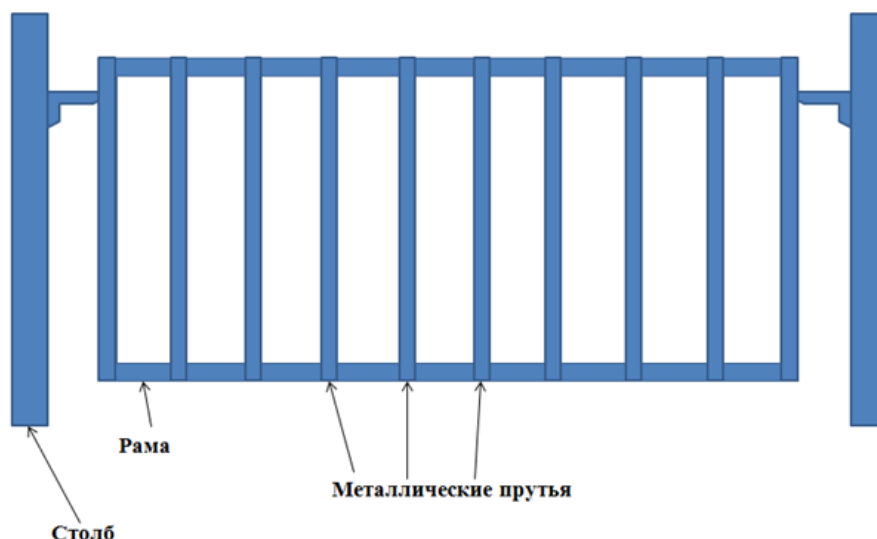


Рис. 4. Схема калитки

Вопрос 1. На каком равном расстоянии от столбов надо закрепить раму?

Вопрос 2. Сколько денег потратят Петровы, если заплатят за работу не сразу, а рассчитаются через 2 месяца, при этом за каждый месяц отсрочки им придется переплатить по 5 % от стоимости установки?

	Задание	«Калитка». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Пространство и форма
	Компетентностная область оценки	Формулировать
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Распознавание геометрических форм и описание объектов реального мира с помощью геометрии; использование простейших свойств прямоугольника
	Предполагаемый возраст	5–6 класс

Решение задания «Калитка»

Вопрос 1

$1,5 \cdot 10 = 15$ (см) – ширина 10 прутьев.

$23 \cdot 9 = 207$ (см) – расстояния между прутьями.

$207 + 15 = 222$ (см) – ширина рамы.

$257,5 - 222 = 35,5$ (см) – сумма двух расстояний от столба до рамы.

$35,5 : 2 = 17,75$ (см) – расстояние от столба до рамы.

Ответ: 17,75 см или

$(257,5 - (1,5 \cdot 10 + 23 \cdot 9)) : 2 = 17,75$ (см) – расстояние от столба до рамы.

Ответ: 17,75 см.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 17,75 см. Принимается ответ в других единицах измерения
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

	Задание	«Калитка». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Количество
	Компетентностная область оценки	Применять
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	1-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Нахождение процента от числа; реальные расчеты
	Предполагаемый возраст	5–6 класс

Решение задания «Калитка»

Вопрос 2

5% – это 0,05 от стоимости установки.

$2000 \cdot 0,05 = 100$ (р.) – составляют 5% от стоимости установки (или переплата за месяц).

$100 \cdot 2 = 200$ (р.) – переплата за два месяца.

$200 + 2000 = 2200$ (р.) – заплатят Петровы.

Ответ: 2200 рублей.

Или

$2000 + 2000 \cdot 0,05 \cdot 2 = 2200$ (р.) – израсходуют Петровы.

Ответ: 2200 рублей.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 2200 рублей
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

7. Открытый банк заданий для формирования функциональной грамотности «Математическая грамотность» (7 класс)

Задание «Покупка пряников»

Наталья решила купить в магазине фасованные пряники. Девушка взяла упаковку пряников (рис. 2), на которой было написано **НЕТТО 300 граммов**, подошла к контрольным весам (рис. 1) и взвесила товар. Весы показали 280 граммов. (Нетто – масса товара без упаковки.)



Рис. 1. Контрольные весы



Рис. 2. Упаковка пряников

Для фасованной продукции существуют допустимые погрешности, изложенные в документе «Требования к количеству фасованных товаров в упаковках любого вида при их производстве, расфасовке, продаже и импорте».

Ниже представлены таблицы «Пределы допусаемых отрицательных отклонений содержимого нетто (масса товара без упаковки) от номинального количества» (табл. 1, 2).

Таблица 1

Предел допускаемых отрицательных отклонений содержимого нетто от номинального количества (не более 10 кг или 10 л)

Номинальное количество нетто М, г или мл	Предел допускаемых отрицательных отклонений Т	
	% от М	г или мл
От 5 до 50 включительно	9	–
От 50 до 100 включительно	–	4,5
От 100 до 200 включительно	4,5	–
От 200 до 300 включительно	–	9
От 300 до 500 включительно	3	–
От 500 до 1000 включительно	–	15
От 1000 до 10000 включительно	1,5	–

Таблица 2

Предел допускаемых отрицательных отклонений содержимого нетто от номинального количества (свыше 10 кг или 10 л)

Номинальное количество нетто М, кг или л	Предел допускаемых отрицательных отклонений Т	
	% от М	г или мл
От 10 до 15 включительно	–	150
От 15 до 50 включительно	1,0	–
От 50 до 100 включительно	–	500
От 100	0,5	–

Вопрос 1. Какой может быть минимально допустимая масса пряников в упаковке, которую взяла Наталья? В ответе укажите число и номер таблицы, которой Вы пользовались при расчетах.

Вопрос 2. Если на коробке фасованных пряников написано НЕТТО 10 100 г, а контрольные весы показывают 10 000 г, то может ли покупатель обратиться в общество по защите прав потребителей с заявлением о несоответствии информации, указанной на упаковке, с действительностью. Ответ обоснуйте.

	Задание	«Покупка пряников». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки	Применять
	Контекст	Общественная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Интерпретация данных, представленных в таблице; выполнение действий с рациональными числами
	Предполагаемый возраст	7-й класс

Решение задания «Покупка пряников» Вопрос 1

Так как масса пряников 300 г, то работаем по таблице 1. Выбираем строку «от 200 до 300 включительно», значение предела допускаемых отрицательных отклонений содержимого нетто от номинального количества равно 9 г. Значит, $300 - 9 = 291$ г может быть минимально допустимая масса пряников в упаковке, которую взяла Наталья.

Ответ: 291 г, табл. 1.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 291 г, табл. 1. Единица измерения может отсутствовать
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

	Задание	«Покупка пряников». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Количество
	Компетентностная область оценки	Интерпретировать
	Контекст	Общественная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Развернутый ответ
	Описание задания	Интерпретация данных, представленных в таблице; выполнение действий с натуральными числами
	Предполагаемый возраст	7-й класс

Решение задания «Покупка пряников»

Вопрос 2

По таблице 2 предел допустимого отрицательного отклонения составляет 150 г, значит, масса пряников в коробке должна быть не менее 9 950 г ($10\,100 - 150 = 9\,950$). Так как масса пряников в коробке составляет ровно 10 000 г $> 9\,950$ г, то покупатель не может обратиться в общество по защите прав потребителей.

Ответ: не может.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: не может. Приведенное обоснование содержит сравнение массы коробки пряников с предельным значением, найденным с использованием информации из таблицы 2
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Абажур для торшера»

Наталья – интерьерный дизайнер. Девушка получила заказ на изготовление эксклюзивного абажура для торшера. Заказчик выдвинул следующие требования:

- абажур должен быть цилиндрической формы;
- абажур изготавливается из набивного хлопка;
- высота абажура – не более 30 см, радиус абажура – не менее 9 см.

Наталья сконструировала несколько абажуров. Измерения указаны в миллиметрах (рис. 3, 4, 5).

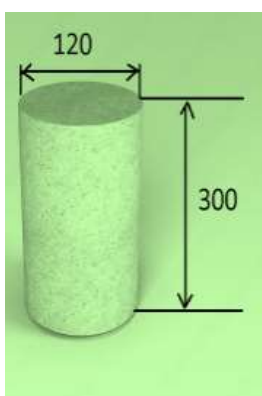


Рис. 3.

Модель абажура № 1

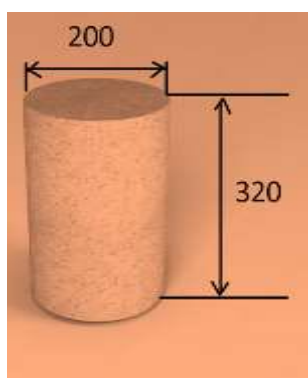


Рис. 4.

Модель абажура № 2

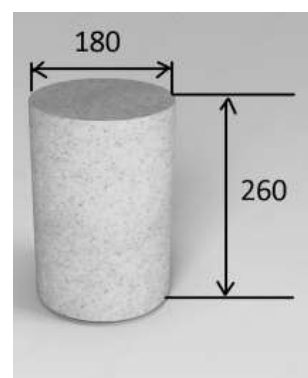


Рис. 5.

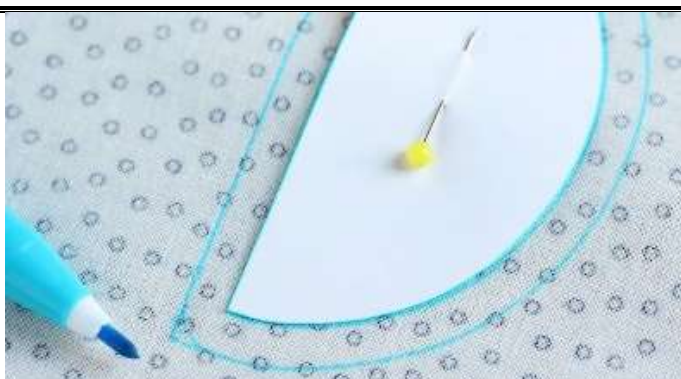
Модель абажура № 3

Вопрос 1. Какой из данных экземпляров удовлетворяет требованиям заказчика? В ответ напишите номер абажура.

Вопрос 2. Сколько материи потребуется на один абажур модели № 3, если принимать значения необходимых коэффициентов целочисленными и добавлять припуски на швы по 2 см. Свой ответ подтвердите вычислениями.

Справка

Припуски на швы – это величина, которую добавляют к деталям выкройки по всем контурам для сборки и обработки швов изделия.



Вопрос 3. Каким образом надо раскроить отрез ткани (набивного хлопка), имеющего форму прямоугольника с размерами 1 м × 2 м (рис. 6), чтобы из него получилось как можно больше абажуров модели № 3 (если принимать значения необходимых коэффициентов целочисленными и добавлять припуски на швы по 2 см). В ответ напишите количество полученных выкроек и на рисунке начертите линии разрезов ткани.

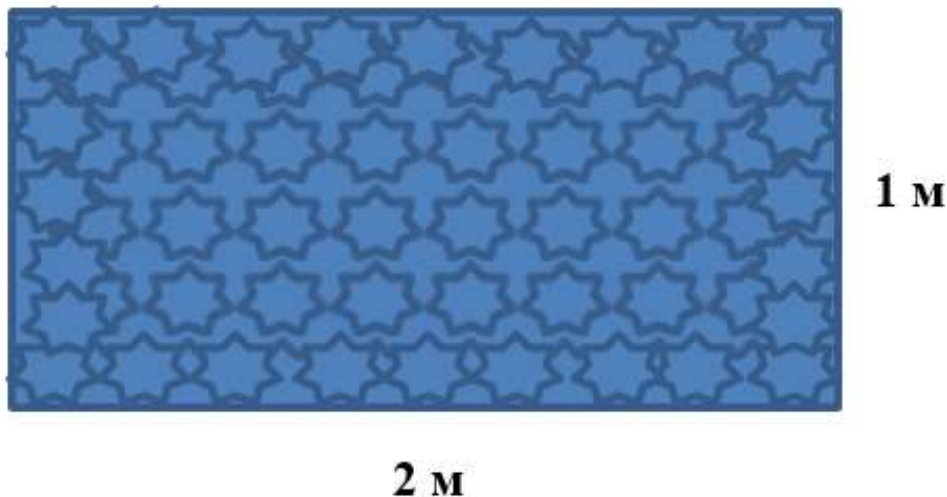


Рис. 6. Отрез материи для изготовления абажура

Задание		«Абажур для торшера». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область	Пространство и форма
	Компетентностная область	Интерпретировать
	Контекст	Профессиональная деятельность
	Уровень сложности	1-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Интерпретация данных, представленных в тексте и на рисунке; перевод единиц длины; удержание в процессе решения всех условий задания
	Предполагаемый возраст	7-й класс

Решение задания «Абажур для торшера»

Вопрос 1

Абажур модели № 1 имеет радиус $120 : 2 = 60 \text{ мм} = 6 \text{ см}$, $6 \text{ см} < 9 \text{ см}$; таким образом, не выполняется требование для радиуса.

Абажур модели № 2 имеет высоту $320 \text{ мм} = 32 \text{ см}$, $32 \text{ см} > 30 \text{ см}$, то есть не выполняется требование для высоты абажура.

Абажур модели № 3 имеет высоту $260 \text{ мм} = 26 \text{ см}$, $26 \text{ см} < 30 \text{ см}$, значит, выполняется требование для высоты абажура; радиус $180 : 2 = 90 \text{ мм} = 9 \text{ см}$, значит, выполняется требование для радиуса.

Таким образом, размеры абажура модели № 3 удовлетворяют условиям заказчика.

Ответ: модель № 3.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: модель № 3 или просто 3
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

		Задание	«Абажур для торшера». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки		Пространство и форма
	Компетентностная область оценки		Применять
	Контекст		Профессиональная деятельность
	Уровень сложности		3-й уровень
	Формат ответа		Развернутый ответ
	Описание задания		Реальные расчеты с применением формул площадей фигур; вычисления с рациональными числами; пространственное представление развертки цилиндрической поверхности
	Предполагаемый возраст		7-й класс

Решение задания «Абажур для торшера» Вопрос 2

Развертка боковой цилиндрической поверхности – прямоугольник, ширина которого совпадает с высотой торшера модели № 3 и равна 26 см, а длина прямоугольника совпадает с длиной окружности радиуса 9 см.

$L = 2 \cdot \pi \cdot R \approx 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54$ см ($\pi \approx 3$, так как в задаче сказано: «принимать значения необходимых коэффициентов целочисленными»).

Так как при расчете необходимо учитывать припуски на швы, то площадь выкраиваемого прямоугольника будет вычисляться следующим образом:
 $(2 + 54 + 2) \cdot (2 + 26 + 2) = 1740$ см²

Ответ: 1740 см².

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: 1740 см ² (или верный ответ, но в других единицах измерения мм ² или м ²). В обосновании верно указана фигура, которой является развертка боковой поверхности цилиндра, учтены все припуски на швы
1 балл	Дан ответ: 1740 см ² (или верный ответ, но в других единицах измерения мм ² или м ²). В обосновании нет указаний на фигуру, которой является развертка боковой поверхности цилиндра, просто приведены расчеты с учетом припусков на швы, или верно указана фигура, которой является развертка боковой поверхности цилиндра, учтены все припуски на швы, но допущена одна вычислительная ошибка
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

		Задание	«Абажур для торшера». Вопрос 3
Характеристики задания	Содержательная область оценки		Пространство и форма
	Компетентностная область оценки		Применять
	Контекст		Профессиональная деятельность
	Уровень сложности		3-й уровень
	Формат ответа		Развернутый ответ
	Описание задания		Реальные расчеты с применением формул площадей фигур; вычисления с рациональными числами; пространственное представление развертки цилиндрической поверхности
	Предполагаемый возраст		7-й класс

Решение задания «Абажур для торшера»

Вопрос 3

Развертка боковой цилиндрической поверхности – прямоугольник, ширина которого совпадает с высотой торшера модели № 3 и равна 26 см, а длина прямоугольника совпадает с длиной окружности радиуса 9 см.

$L = 2 \cdot \pi \cdot R \approx 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54$ см. ($\pi \approx 3$, так как в задаче сказано: «принимать значения необходимых коэффициентов целочисленными»).

Так как при расчете необходимо учитывать припуски на швы, то длина прямоугольника равна $2 + 54 + 2 = 58$ см, а ширина равна $2 + 26 + 2 = 30$ см.

Укладывать выкройку можно как показано на рисунке 7 или на рисунке 8 (или иным способом, приводящим к верному ответу).

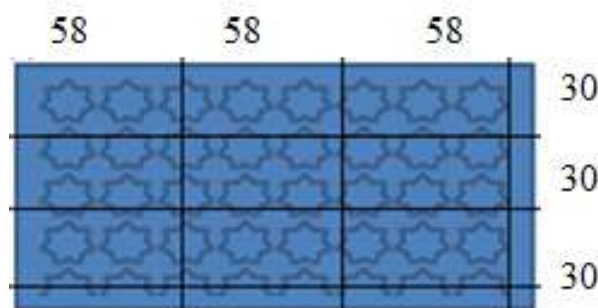


Рис. 7. Форма выкройки абажура (1)

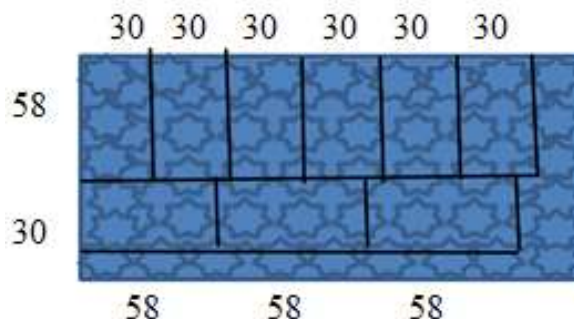


Рис. 8. Форма выкройки абажура (2)

Ответ: 9 выкроек.

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: 9 и представлено разбиение материи на 9 выкроек
1 балл	Дан ответ: 9, но не представлено разбиение куска материи, или представлено разбиение куска материи, но не посчитано количество выкроек
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Инсульт – заболевание головного мозга»

Ежегодно в мире регистрируется 10,3 миллиона случаев инсульта, из них 6,5 миллионов заканчиваются летальным исходом. На диаграмме (рис. 9) приведены мировые данные заболеваемости инсультом на 100 000 человек в стране.

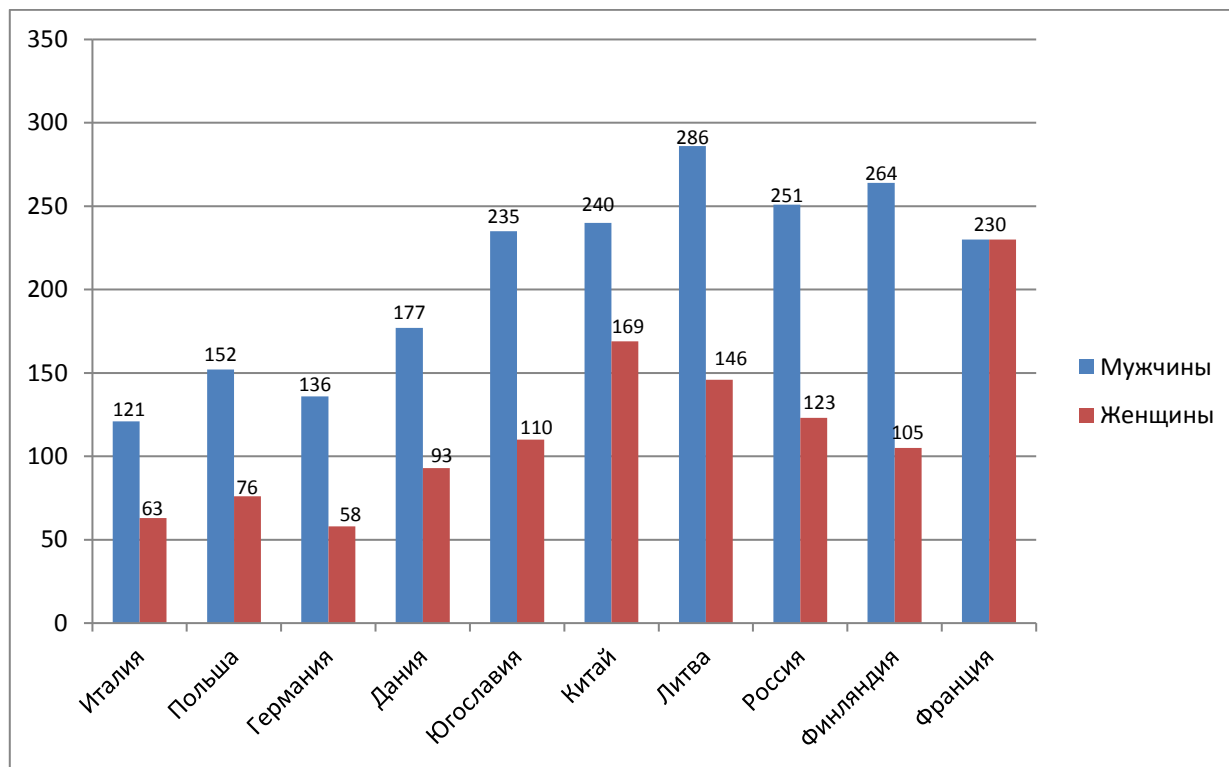


Рис. 9. Диаграмма заболеваемости инсультом

Вопрос 1. Какое место по заболеваемости инсультом среди перечисленных стран занимает Россия (отдельно для мужчин и женщин)? Ответ запишите в виде двузначного числа, в котором первая цифра – место по мужчинам, вторая – по женщинам.

Вопрос 2. Используя данные диаграммы (рис. 9) и таблицы, вычислите какое количество человек предположительно перенесли инсульт в 2019 году в России. Ответ округлите до целых и приведите соответствующие расчеты с пояснениями.

Численность населения в странах мира

№ п/п	Название страны	Численность населения (чел.) на 01. 2019г.
1.	Китай	1 375 562 000
2.	Индия	1 285 709 000
3.	США	321 267 000
4.	Индонезия	257 563 815
5.	Бразилия	203 262 491
6.	Пакистан	192 927 242
7.	Нигерия	182 201 962
8.	Бангладеш	160 046 737
9.	Россия	146 781 095
10.	Япония	126 820 000

Вопрос 3. Одним из факторов, улучшающих здоровье мозга, является здоровое питание. В частности, в сутки рекомендуется употреблять от 2 до 4,6 гр. калия, который способствует выносливости организма и насыщает мозг кислородом (табл. 4).

В санатории «Калинка» в первый день предлагают следующий завтрак:

Омлет со шпинатом: шпинат – 50 г, зеленый салат – 5 г, яйцо – 2 шт. (вес 1 яйца – 50 г.), мука – 20 г, молоко – 100 мл.

Какао с молоком: молоко – 150 мл, сахар – 15 г, какао-порошок – 5 гр.

Яблоко – 150 гр.

Хлеб – 25 гр.

У отдыхающего в санатории «Калинка» аллергия на молоко, поэтому омлет ему делают на воде, а вместо какао он пьет чай: 150 мл воды, 5 г – сухого черного чая, 15 г сахара.

Больше или меньше калия на завтрак получит отдыхающий с аллергией на молоко по сравнению с другими отдыхающими? Назовите разницу. Ответ обоснуйте.

Содержание калия в продуктах¹ (мг/100г продукта)

Продукт	Калий
	Арбуз 64,00
	Зеленый салат 220,00
	Какао-порошок 1680,00
	Молоко коровье 146,00
	Мука пшеничная 120,00
	Сухой черный чай 2480,00
	Хлеб столовый 204,00
	Шпинат 774,00
	Яблоки 278,00
	Яйцо куриное 140,00

	Задание	«Инсульт – заболевание головного мозга». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки	Интерпретировать
	Контекст	Научная деятельность
	Уровень сложности	1-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Интерпретация данных, представленных в столбчатой диаграмме
	Предполагаемый возраст	7-й класс

¹ Сахар и вода калия не содержат.

Решение задания «Инсульт – заболевание головного мозга»

Вопрос 1

Количество мужчин в России, перенесших инсульт, – 251 чел. на 100000 чел., это количество меньше, чем в Финляндии и Литве, значит, мужчины на 3-м месте.

Количество женщин в России, перенесших инсульт, – 123 чел. на 100000 чел., это количество меньше, чем в Китае, Литве и во Франции, значит, женщины на 4-м месте.

Ответ: 34.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 34
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

	Задание	«Инсульт – заболевание головного мозга». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки	Формулировать
	Контекст	Научная деятельность
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Развернутый ответ
	Описание задания	Реальные расчеты с извлечением данных из таблицы и столбчатой диаграммы; вычисления с рациональными числами, математическое округление, пропорциональное отношение величин
	Предполагаемый возраст	7-й класс

Решение задания «Инсульт – заболевание головного мозга»

Вопрос 2

Вариант возможного решения:

Найдем количество человек (мужчин и женщин вместе), заболевших инсультом в России на 100 000 населения: $251+123=374$.

Составим пропорцию:

$$\frac{374}{x} = \frac{100000}{146781095}$$

и найдем значение $x = 548\,961,29$.

Выполним округление до целых: 548 961 чел.

Другой вариант решения:

Шаг 2 предыдущего решения выполним без пропорции:

найдем сколько раз 100 000 содержится в 146 781 095, а затем выполним умножение на 374.

Шаги 1 и 3 как в предыдущем решении.

Ответ: 548 961 человек.

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: 548 961 чел. Приведены все шаги в обосновании
1 балл	Ход решения задачи верный, все шаги присутствуют, но неверно выполнено округление, или ход решения задачи верный, но допущена вычислительная ошибка
0 баллов	Записан только верный ответ без обоснования решения. Неверное обоснование. Другие ответы. Ответ отсутствует

		Задание	«Инсульт – заболевание головного мозга». Вопрос 3
Характеристики задания	Содержательная область оценки		Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки		Применять
	Контекст		Научная деятельность
	Уровень сложности		2-й уровень
	Формат ответа		Развернутый ответ
	Описание задания		Чтение и интерпретация данных, представленных в таблице; вычисления с рациональными числами, пропорциональное отношение величин
	Предполагаемый возраст		7-й класс

Решение задания «Инсульт – заболевание головного мозга»

Вопрос 3

Вариант возможного решения:

Из завтрака аллергика уберем $100 + 150 = 250$ мл молока. Вычислим, сколько это мг калия, составив пропорцию:

$$\frac{250}{100} = \frac{x}{146}, x = 365 \text{ мг.}$$

Из завтрака аллергика уберем 5 г какао-порошка. Вычислим, сколько это мг калия, составив пропорцию:

$$\frac{5}{100} = \frac{y}{1680}, y = 84 \text{ мг.}$$

В завтрак аллергика добавим 5 г сухого черного чая. Вычислим, сколько это мг калия, составив пропорцию:

$$\frac{5}{100} = \frac{z}{2480}, z = 124 \text{ мг.}$$

Найдем значение выражения: $- 365 - 84 + 124 = - 325$. Значит, отдыхающий с аллергией получит на завтрак на 325 мг калия меньше, чем другие отдыхающие.

Другой вариант решения: найдем количество мг калия, содержащегося в завтраке с молоком, найдем количество мг калия, содержащегося в завтраке без молока, найдем соответствующую разницу и сделаем вывод.

Ответ: на 325 мг меньше.

Система оценивания

2 балла	Дан верный ответ: меньше на 325 мг. Приведены все шаги в обосновании
1 балл	Дан ответ: на 325 мг меньше и неполное обоснование, или присутствует решение с правильным числовым ответом, но не сделан вывод (больше или меньше)
0 баллов	Другие ответы или ответ отсутствует

8. Открытый банк заданий для формирования функциональной грамотности «Математическая грамотность» (8 класс)

Задание «Новые технологии в дачном строительстве. Купольные теплицы»

В условиях современного строительства активно развиваются новые технологии, направленные на воплощение в жизнь креативных идей, способных снизить затраты на строительство, быть эстетичными и экологичными. Одним из таких решений являются купольные здания и сооружения. Можно использовать сферическую форму для выращивания сельскохозяйственной продукции в теплицах и парниках.

Сравним две теплицы: на фото (рис. 1) теплица, форма которой – полусфера с радиусом 4 метра; на фото (рис. 2) теплица длиной 10 метров, шириной 5 метров и высотой 2,6 метра.



Рис. 1. Фото теплицы № 1



Рис. 2. Фото теплицы № 2

На основании расчетов можно создать таблицу 1.

Параметры расчёта энергетической эффективности теплицы

Рассматриваемый параметр	Теплица № 1 (рис. 1)	Теплица № 2 (рис. 2)
Наличие опасных зон, зависящих от равномерности распределения нагрузок	–	+
Объем, м ³	134	130
Площадь внутренней поверхности наружных ограждающих конструкций теплицы, м ²	100,48	178
Массивный фундамент	–	+

Энергетическая эффективность теплицы определяется посредством расчета показателя компактности, который вычисляется как отношение общей площади внутренних поверхностей наружных ограждающих конструкций к заключенному в них объему. Чем меньше данная величина, тем меньше тепла будет потеряно.

Определите по данным, представленным в таблице, какой вариант теплицы является более энергетически эффективным. Ответ обоснуйте.

		Задание	«Новые технологии в дачном строительстве. Купольные теплицы»
Характеристики задания	Содержательная область оценки		Изменения и зависимости
	Компетентностная область оценки		Применять
	Контекст		Научная деятельность
	Уровень сложности		2-й уровень
	Формат ответа		Развернутый ответ
	Описание задания		Установление зависимости между величинами; составление формулы по описанию зависимости в тексте задачи; извлечение и интерпретация данных, представленных в таблице
	Предполагаемый возраст		8-й класс

**Решение задания «Новые технологии в дачном строительстве.
Купольные теплицы»**

$100,48 : 134 = \frac{10048}{13400}$ – показатель компактности для теплицы №1 (рис. 1).

$\frac{10048}{13400} < 1$, так как правильная дробь.

$178 : 130 = \frac{178}{130}$ – показатель компактности для теплицы № 2 (рис. 2).

$\frac{178}{130} > 1$, так как неправильная дробь.

$\frac{10048}{13400} < 1 < \frac{178}{130}$.

Показатель компактности для теплицы № 1 меньше, чем показатель компактности для теплицы № 2, значит, энергетическая эффективность теплицы № 1 выше.

Ответ: теплица № 1 (рис. 1) является более энергетически эффективной.





Система оценивания

1 балл	Дан ответ: теплица № 1 (рис. 1) более энергетически эффективна, так как показатель компактности для нее ниже, чем для теплицы № 2 (рис. 2)
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

**Задание «Новые технологии в дачном строительстве.
Выбор теплицы»**

У пенсионера Виктора Дмитриевича большая семья. Одной теплицы для обеспечения каждого члена своей семьи урожаем уже не достаточно, поэтому он решил установить на дачном участке еще одну теплицу для выращивания огурцов. На популярном сайте в Интернете он увидел таблицу, в которой представлены параметры теплиц (табл. 2).

Таблица 2

	Теплица «Фазенда»	Теплица «Березка»	Теплица «Вита- мин»	Теплица «Клен»
Диаметр	-----	5,36 м	2,8 м	5,36 м
Площадь основа- ния	18,2 кв. м.	22 кв. м.	6 кв. м.	22 кв. м
Высота	3,14 м	2,7 м	2,4 м	3,14 м
Полез- ный объем	57 куб. м	37 куб. м	14.5 куб. м	57 куб. м
				

При выборе теплицы пенсионер учитывает, что сферические формы усиливают свет, а прямоугольные – поглощают. Он знает, что внутри купола светлее, чем на улице, даже без внутреннего освещения. Еще Виктор Дмитриевич рассматривает возможность создания в теплице подвесных или многоуровневых грядок.

Пользуясь данными таблицы 2, определите, в какой из теплиц пенсионер может ожидать наибольший урожай. Ответ обоснуйте.

	Задание	«Новые технологии в дачном строительстве. Выбор теплицы»
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки	Рассуждать
	Контекст	Научная деятельность
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Развернутый ответ
	Описание задания	Извлечение и интерпретация данных, представленных в таблице; обоснование вывода
	Предполагаемый возраст	8-й класс

Ответ: теплица «Клён». Наибольший полезный объем у двух теплиц: «Фазенда» и «Клён». При равных объемах и высоте сферическая форма теплицы «Клён» имеет преимущество перед теплицей «Фазенда», так как она усиливает свет.

Система оценивания

2 балла	Теплица «Клён». Наибольший полезный объем у двух теплиц: «Фазенда» и «Клён». При равных объемах и высоте сферическая форма теплицы «Клён» имеет преимущество перед теплицей «Фазенда», так как она усиливает свет
1 балл	Дан ответ: теплица «Клён», в пояснении учтены не все параметры при сравнении
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Булочка по акции»

Каждый день по дороге в школу Вася заходит в магазин «Командор» и покупает себе булочку за 50 рублей. По субботам Вася вместо булочки ест бутерброд, взятый из дома, а по воскресеньям он не учится. На данный вид булочек с 1 по 15 ноября 2019 года объявили акцию со скидкой 5%, но акция действует только по карте «Копилка». У Васи этой карты нет. Карта «Копилка» стоит 50 рублей.

ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
НОЯБРЬ 2019				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

Рис. 3. Календарь (ноябрь 2019)

Вопрос 1. Оправдает ли себя покупка карты во время действия акции? Ответ обоснуйте.

Вопрос 2. Какой минимальный процент скидки должен быть по карте на данный вид булочек за указанный период, чтобы выгода от её приобретения составила не менее 50 рублей? Запиши ответ и приведи соответствующее обоснование.

	Задание	«Булочка по акции». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки	Интерпретировать
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Развернутый ответ
	Описание задания	Извлечение данных из таблицы, вычисления с рациональными числами; нахождение процента от числа; обоснование вывода
	Предполагаемый возраст	6–8-й класс

Решение задания «Булочка по акции»

Вопрос 1

Подсчитываем количество дней, которые действует акция на булочки и когда Вася покупает булочку:

1, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 14, 15 ноября – 10 дней *либо*

15 – 4 (выходных) – 1 (праздничный 4 ноября) = 10 дней.

Определяем, сколько денег потратит Вася, приобретая булочки по полной цене: $50 \cdot 10 = 500$ рублей.

Находим экономию по скидке: 5% – это 0,05, $500 \cdot 0,05 = 25$ рублей.

Ответ: $25 < 50$, значит, покупка карты «Копилка» себя не оправдывает.

Система оценивания

2 балла	Верно сделан вывод о том, что приобретение карты себя не оправдывает; приведено обоснование, подтверждённое вычислениями; указано, что экономия по акции составит всего 25 рублей, что меньше стоимости карты «Копилка»; учтено, что в указанный период попадает 1 праздничный день – 4 ноября
1 балл	Верно сделан вывод о том, что приобретение карты себя не оправдывает; приведено обоснование, подтверждённое вычислениями; однако не учтено то, что в указанный период попадает 1 праздничный день – 4 ноября, тогда экономия по акции составит 27,5 рублей
0 баллов	Дан верный ответ без обоснования. Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание		«Булочка по акции». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Изменение и зависимости
	Компетентностная область оценки	Формулировать
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Развернутый ответ
	Описание задания	Вычисления с рациональными числами; нахождение процента от числа; обоснование зависимости между величинами
	Предполагаемый возраст	6–8-й класс

Решение задания «Булочка по акции»

Вопрос 2

Минимальная выгода должна по условию задачи составить: $50 + 50 = 100$ (р.)

За период акции Вася купит 10 булочек, значит, выгода от покупки булочки должна составить: $100 : 10 = 10$ рублей.

$10 : 50 \cdot 100 = 20\%$ – минимальный размер скидки.

Другое возможное решение:

Определяем, сколько денег затратит Вася, приобретая булочки по полной цене: $50 \cdot 10 = 500$ рублей.

Подсчитываем, какую сумму должен затратить Вася на приобретение 10 булочек по акции и приобретение карты, чтобы выгода составила 50 рублей: $500 - 50$ (на приобретение карты) – 50 (выгода согласно условию) = 400 рублей.

Рассчитываем стоимость булочки: $400 : 10 = 40$ рублей.

$50 - 40 = 10$ (р.) – выгода с покупки 1 булочки.

Составляем пропорцию:

50 рублей – 100 %

10 рублей – $x\%$

$x = 10 \cdot 100 : 50$

$x = 20\%$ – минимальный размер скидки.

Ответ: чтобы выгода от приобретения карты «Копилка» составила не менее 50 рублей, минимальный процент скидки должен составить 20%.

Система оценивания

2 балла	Верно подсчитан процент скидки: 20% (учтено, что в указанный период попадает 1 праздничный день – 4 ноября) и приведено соответствующее обоснование
1 балл	Приведено обоснование, подтверждённое вычислениями; однако не учтено то, что в указанный период попадает 1 праздничный день – 4 ноября, тогда процент скидки 27–29% (в зависимости от округления при делении общей стоимости булочек на 11 дней)
0 баллов	Дан верный ответ без обоснования. Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Пицца за биткоины»

3 января 2009 года на рынке появилась новая электронная валюта – биткоин (BTC). Первоначально её курс составлял 1 \$ ≈ 1300 BTC. В мае 2010 года один человек разместил на тематическом форуме пост о том, что он не прочь заказать пиццу за биткоины (точнее, 2 пиццы за 10 000 биткоинов) – обычную, с луком, сосисками, грибами, помидорами, но без всяких нелепых вещей вроде «рыбной верхушки». По словам этого человека (по имени Ласло), было бы «интересно» заплатить за пиццу биткоинами. В тот же вечер две пиццы были доставлены адресату.

Таблица 3

Курс биткоина (2009–2019 гг.)

Год	Биткоины	Доллары
2009	1300	1
2010	1	0,6
2011	1	31
2012	1	31
2013	1	600
2014	1	310
2015	1	355
2016	1	1000
2017	1	3242
2018	1	6350
2019	1	4500

Вопрос. Сколько пицц, средняя цена которых составляет 20\$, можно было бы купить в 2019 году на потраченную Ласло сумму?

	Задание	«Пицца за биткоины»
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Количество
	Компетентностная область оценки	Применять
	Контекст	Личная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Извлечение данных из таблицы; реальные расчеты
	Предполагаемый возраст	6–8-й класс

Решение задания «Пицца за биткоины»

Определяем курс биткоина в 2019 году: $1\text{BTC} = 4500 \$$.

Вычисляем стоимость 1 пиццы: $10000\text{BTC} : 2 = 5000 \text{BTC}$.

Определяем стоимость пиццы в долларах: $5000 \cdot 4500 = 22\,500\,000 \$$.

Находим, какое количество пицц по цене 20 \$, можно было бы приобрести на данную сумму: $22\,500\,000 : 20 = 1\,125\,000$ штук.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 1 125 000 штук
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Карты для фокусника»

Сергей Васильевич – профессиональный фокусник. Он специализируется на карточных фокусах. Для выступлений он использует дизайнерские, а для репетиций – обычные наборы из пластиковых карт.

Таблица 4

Карты для фокусов

	Обычные (Bicycle Standard)		Дизайнерские (Love Me (от Theory11))	
	оригинальные	копия	оригинальные	копия
Цена, р.	350	300	2000	1000
Срок изнашивания, недели	5	3	25	15

Вопрос. Какие карты выгоднее покупать для тренировок? Дайте обоснование (табл. 4).

	Задание	«Карты для фокусника»
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Количество
	Компетентностная область оценки	Интерпретировать
	Контекст	Профессиональная деятельность
	Уровень сложности	1-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Извлечение данных из таблицы; действия с натуральными числами; обоснование выводов
	Предполагаемый возраст	6–8-й класс

Решение задания «Карты для фокусника»

$350 : 5 = 70$ (р./нед.) – стоимость для оригинальной колоды.

$300 : 3 = 100$ (р./нед.) – стоимость для колоды-копии.

$70 < 100$.

Ответ: оригинальная колода выгоднее.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: для тренировок выгоднее использовать оригинальные карты, приведено обоснование, подкреплённое вычислениями
0 баллов	Дан верный ответ без обоснования. Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Прыжки в воду»

На соревнованиях по прыжкам в воду с вышки (10 метров) оценка каждого прыжка производилась по открытой системе семью судьями. Каждый из них выставляет оценки от 0 до 10, после чего две лучшие и две худшие оценки отбрасываются, а сумма трёх оставшихся умножается на коэффициент сложности прыжка и на 0,6.

Вопрос 1. Спортсмен из Китая Цао Юань выполнил прыжок в 3 ½ оборота назад согнувшись из задней стойки и получил следующие оценки: 8; 9; 6; 7; 9; 9; 7. Составьте выражение для определения оценки, которую получит спортсмен за прыжок.

Таблица 5

**Таблица фина коэффициентов трудности
(а – прямое; в – согнувшись; с – в группировке)**



Вышка	10 м			5 м		
	А	В	С	А	В	С
Прыжки из передней стойки						
3 ½ оборота вперед		3,0	2,7			3,0
4 ½ оборота вперед		4,1	3,7			
Прыжки из задней стойки						
3 оборота назад		3,0	2,7		3,2	2,9
3 ½ оборота назад		3,6	3,3			
4 ½ оборота назад		4,5	4,2			
Прыжки из передней стойки						
3 оборота назад		3,1	2,8		3,3	3,0
3 ½ оборота назад			3,4			
4 ½ оборота назад		4,5	4,4			
Прыжки из задней стойки						
3 ½ оборота вперед		3,5	3,2			
4 ½ оборота вперед	-	4,4	4,1	-	-	-

Крупные соревнования проводятся в три этапа: квалификационный, полуфинал и финал. На каждом этапе спортсмены выполняют по очереди 6 прыжков. Перед началом каждого этапа спортсмены заявляют программу прыжков. По ходу соревнования заменять один прыжок другим или менять порядок их выполнения не разрешается.

Вопрос 2. Известны результаты перед последним прыжком и программа каждого спортсмена на последний прыжок. Кроме того, известно, что их главный соперник Бондарь Александр уже выполнил свой 6-й прыжок и занимает 3-ю строчку турнирной таблицы (табл. 6) с результатом – 488 баллов. У кого из спортсменов, представленных в таблице, остался шанс стать призёром соревнований, при условии, что средняя оценка, выставленная каждым из семи судей, будет находиться в диапазоне от 6 до 8 баллов, а оценивание прыжка производится по тому же правилу, что описано выше. В ответе укажите фамилию спортсмена и запишите соответствующее обоснование.

Таблица 6

Турнирная таблица

№	Фамилия, имя	Результат (баллы)	6-ой прыжок
4	 Серeda Алексей	440.50	3 ½ оборота вперед в группировке из передней стойки
5	 Оффре Бенжамин	439.20	3 ½ оборота назад согнувшись из задней стойки

		Задание	«Прыжки в воду». Вопрос 1
Характеристики задания	Содержательная область оценки		Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки		Формулировать
	Контекст		Профессиональная деятельность
	Уровень сложности		2-й уровень
	Формат ответа		Краткий ответ
	Описание задания		Извлечение данных из таблицы; выполнение действий по словесно заданному алгоритму
	Предполагаемый возраст		6–8-й класс

Решение задания «Прыжки в воду»

Вопрос 1

Отбрасываем две лучшие и две худшие оценки: 8; 9; 6; 7; 9; 9; 7.

Составляем сумму трёх оставшихся оценок: $8 + 9 + 7$.

По таблице определяем коэффициент сложности прыжка: 3,6.

Составляем выражение: $(8 + 9 + 7) \cdot 3,6 \cdot 0,6$.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: $(8 + 9 + 7) \cdot 3,6 \cdot 0,6$
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

	Задание	«Прыжки в воду». Вопрос 2
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Изменение и зависимости
	Компетентностная область оценки	Интерпретировать
	Контекст	Профессиональная деятельность
	Уровень сложности	3-й уровень
	Формат ответа	Развернутый ответ
	Описание задания	Извлечение данных из таблицы; выполнение действий по словесно заданному алгоритму; использование свойств неравенств; выполнение действий с рациональными числами
	Предполагаемый возраст	8-й класс

Решение задания «Прыжки в воду»

Вопрос 2

Рассчитаем количество баллов, которые получит спортсмен Середа Алексей, при условии, что судьи поставили все оценки *по 6 баллов*:

Сложность прыжка = 2,7; оценки судей, которые идут в зачет: 6, 6, 6. Тогда получаем: $2,7 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 0,6 = 29,16$.

Рассчитаем количество баллов, которые получит спортсмен Середа Алексей, при условии, что судьи поставили все оценки *по 8 баллов*:

Сложность прыжка = 2,7; оценки судей, которые идут в зачет: 8, 8, 8. Тогда получаем: $2,7 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 0,6 = 38,88$.

Оценка Алексея за шестой прыжок будет в пределах от 29,16 до 38,88. Значит, его общий балл будет в пределах промежутка: $[440,50 + 29,16; 440,50 + 38,88]$ или $[469,16; 479,38]$.

$479,38 < 488$, значит, у Алексея нет шансов обогнать Александра Бондаря.

Рассчитаем количество баллов, которые получит спортсмен Оффре Бенжамин, при условии, что судьи поставили все оценки *по 6 баллов*:

Сложность прыжка = 3,6; оценки судей, которые идут в зачет: 6, 6, 6. Тогда получаем: $3,6 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 0,6 = 38,88$.

Рассчитаем количество баллов, которые получит спортсмен Оффре Бенжамин, при условии, что судьи поставили все оценки *по 8 баллов*:

Сложность прыжка = 3,6; оценки судей, которые идут в зачет: 8, 8, 8. Тогда получаем: $3,6 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 0,6 = 51,84$.

Оценка Бенжамина за шестой прыжок будет в пределах от 38,88 до 51,84. Значит, его общий балл будет в пределах промежутка: $[439,20 + 38,88; 439,20 + 51,84]$ или $[478,08; 491,04]$.

$478,08 < 488 < 491,04$, таким образом, у Оффре Бенжамина есть шанс обогнать Александра Бондаря.

Ответ: шансы стать призёром соревнований есть у Оффре Бенжамина, так как $478,08 < 488 < 491,04$.

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: Оффре Бенжамин, указан промежуток для общей суммы баллов для каждого из спортсменов, проведено сравнение результатов спортсменов Середы Алексея и Оффре Бенжамин с результатом Александра Бондаря, сделан вывод
1 балл	Дан ответ: Оффре Бенжамин, однако приведено неполное обоснование (указан промежуток для общей суммы баллов только для одного спортсмена, либо не сделано сравнение с результатом Александра Бондаря, но при этом сделан верный вывод)
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Сбалансированное питание кошки»

По данным *FEDIAF (Federation europeenne de l'industrie des aliments pour animaux familiaux)*, минимально допустимое соотношение *Ca* (кальция) к *P* (фосфор) в корме для кошек должно быть $1 : 1$. При этом указано, что этот параметр для котят (в период роста) не должен превышать $1,1 : 1$, а для взрослых кошек допускается соотношение до $1,5 : 1$.

Производители не всегда указывают соотношение кальция и фосфора в корме (сухом или влажном) на упаковке, но вы можете вычислить его самостоятельно. Для этого необходимо разделить количество кальция на количество фосфора, указанное в одинаковых единицах измерения (миллиграммах или процентах). Например, $1,15\%$ кальция и $0,98\%$ фосфора – это $1,17 : 1$.

На фото 1 (см. ниже) производитель указывает: кальций – $1,1$ г на 100 г продукта, фосфор – $0,9$ г на 100 граммов продукта.

На фото 2 производитель указывает: кальций – $0,76\%$, а фосфор – $0,62\%$,

Вопрос. На каком фото представлен корм, подходящий для кормления котенка, по соотношению «кальций к фосфору»?

Варианты ответов:

1. На фото 1.
2. На фото 2.
3. На фото 1 и фото 2.
4. Ни на одном фото.

RUS Состав: пшеничная мука, мука животного происхождения; мука из птицы, мука из индейки (индейки не менее 4% в жёлтых, коричневых и красных гранулах), мука мясокостная; рис, белковые растительные экстракты, жир животный, подсолнечное масло, пивные дрожжи, овощи (в том числе морковь не менее 4% в жёлтых, коричневых и красных гранулах), молочные продукты (в том числе сухое молоко минимум 4% в подушках), витамины, минеральные вещества и таурин. Пищевая ценность (100 г): белок – 34 г; жир – 13,5 г; зола – 7 г; клетчатка – 1,5 г; влажность – не более 10 г; витамин А – 1500 МЕ; витамин D3 – 120 МЕ; витамин Е – 30 мг; витамин С – 20 мг; кальций – 1,1 г; фосфор – 0,9 г; цинк – 9 мг; линолевая кислота (Омега-6) – 0,7 г; а также витамин В2, витамин В12, пантотеновая кислота, биотин, витамин В1, витамин В6, фолиевая кислота, таурин, метионин, селен. Сохранность основных витаминов гарантируется в течение всего срока годности продукта. Энергетическая ценность (100 г): 380 ккал / 1591 кДж. Хранить при температуре от +4 °С до +35 °С и относительной влажности воздуха не более 75%. Изготовитель: ООО «Марс»: L – Россия, 142800, Московская область, Ступинский район, г. Ступино-1 (юридический адрес); N – Россия, 633100, Новосибирская область, Новосибирский район, МО Толмачевский сельсовет, о.п. 3307 км, д. 15; M – Россия, 433405, Ульяновская обл., Чердаклинский р-н, 20-й км автодороги "Ульяновск-Димитровград-Самара". Непосредственный изготовитель товара определяется по коду, указанному на упаковке рядом со сроком годности.

Фото 1.



Белок 34,3%,
Жир 17,2%,
Сырая клетчатка 5
Омега-3 жирные к
ДГК 0,14%,
ЭПК 0,21%,
Сырая зола 5,6%,
Кальций 0,76%,
Фосфор 0,62%,
Натрий 0,28%,
Калий 0,85%,
Магний 0,07%.

Фото 2.

	Задание	«Сбалансированное питание кошки»
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Изменение и зависимости
	Компетентностная область оценки	Применять
	Контекст	Общественная жизнь
	Уровень сложности	1-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Реальные расчёты с извлечением данных из текста; вычисления с рациональными числами; отношение между величинами
	Предполагаемый возраст	8-й класс

Решение задания «Сбалансированное питание кошки»

Вычислим отношение кальция к фосфору для корма на фото 1:

$$1,1 : 0,9 \approx 1,22 : 1.$$

Вычислим отношение кальция к фосфору для корма на фото 2:

$$0,76 : 0,62 \approx 1,23 : 1.$$

Так как допустимое соотношение Са (кальция) к Р (фосфор) в корме для котят (в период роста) не должно превышать 1,1 : 1, то ни один корм для котят не подходит.

Ответ: 4.

Система оценивания

1 балл	Дан ответ: 4
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Задание «Правильное питание кошки: основы»

Кошка – облигатный хищник (облигатный – обязательный, непреходящий). Это значит, что кошка не сможет выжить без белка животного происхождения. Естественная добыча кошки – это мыши (домовая, полевая, лесная) и другие мелкие грызуны и насекомоядные (песчанки, землеройки). Поедание диких мышей и тем более крыс не всегда оправдано, так как они могут быть отравлены ядом или быть носителями бешенства и других страшных инфекций.

Основой рациона может стать говядина, крольчатина, нежирная птица и другие виды мяса. Каждый вид мяса отличается процентным содержанием белка и жира (например, в мясе птицы жира – 13,7 %, а белка – 21%).

А вот покупные мыши (например, из лаборатории или зоомагазина) – прекрасное лакомство. Многие владельцы котов балуют своих питомцев таким блюдом.

Питательный анализ мыши показывает, что она состоит из 56–63% белка, 20–30% жиров, 10–13% зольного остатка и 5–10% углеводов.

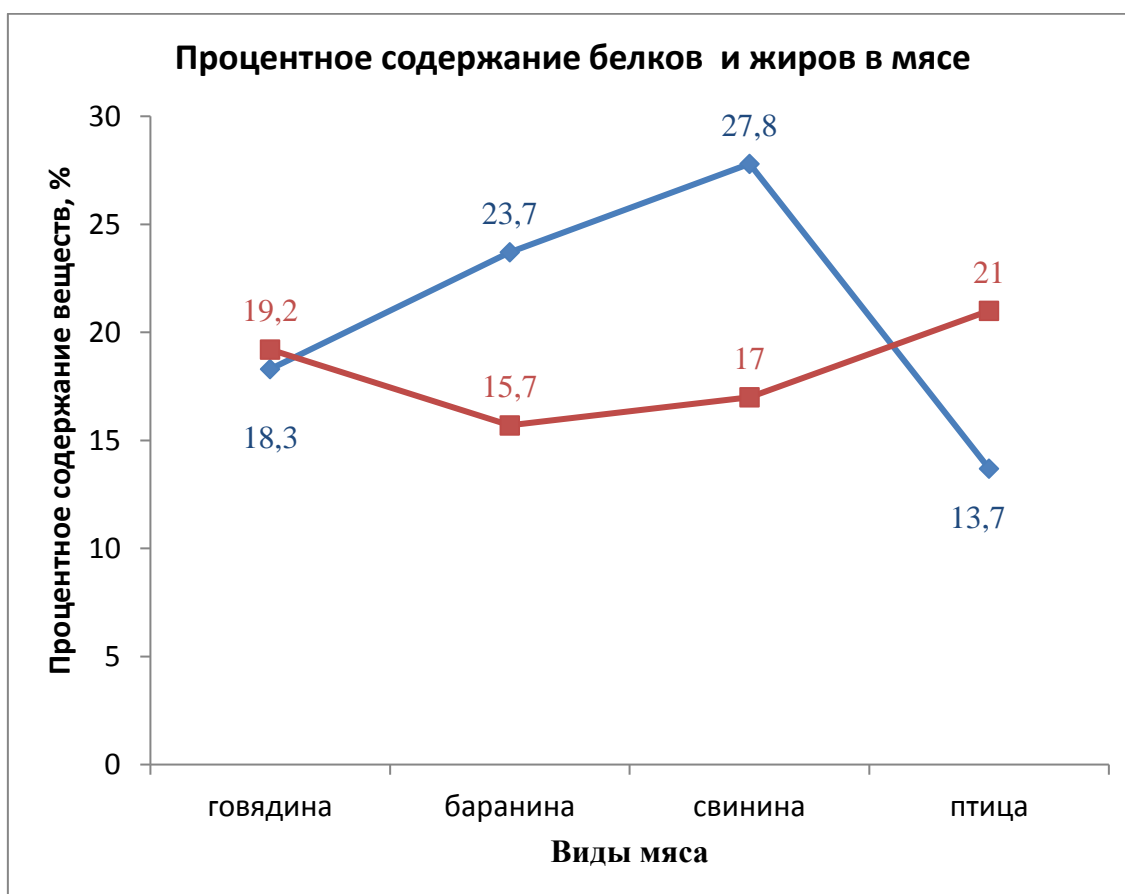


Рис. 4. Содержание белков и жиров в мясе, %

На рисунке 4 показано содержание жиров и белков в различных видах мяса. По вертикальной оси откладывается процентное содержание веществ (белка или жира), а по горизонтальной – виды мяса. Для наглядности точки соединены линиями.

Вопрос. Какими видами мяса можно кормить кошку, чтобы она получала столько же жиров, как если бы ела покупных мышей? В ответе перечислите все виды мяса.

	Задание	«Правильное питание кошки: основы»
Характеристики задания	Содержательная область оценки	Неопределенность и данные
	Компетентностная область оценки	Интерпретация
	Контекст	Общественная жизнь
	Уровень сложности	2-й уровень
	Формат ответа	Краткий ответ
	Описание задания	Интерпретация данных, представленных на графиках
	Предполагаемый возраст	8-й класс

Решение задания «Правильное питание кошки: основы»

В тексте задания указана информация: в мясе птицы жира – 13,7 %, а белка – 21%. Таким образом, на графике синим цветом указано процентное содержание жиров. Питательный анализ мыши показывает, что жиров в ней 20–30%. Выбираем те значения на графике синего цвета, которые попадают в промежуток от 20 до 30%. Это баранина и свинина.

Ответ: баранина и свинина.

Система оценивания

2 балла	Дан ответ: баранина и свинина
1 балл	Указан только один вид мяса (или баранина, или свинина)
0 баллов	Другие ответы. Ответ отсутствует

Библиографический список

1. Государственная программа РФ «Развитие образования» на период 2018–2025 годы. Утверждена постановлением Правительства Российской Федерации от 26 декабря 2017 г. № 1642. URL: <http://government.ru/rugovclassifier/860/events/>.
2. Материалы к заседанию Президиума РАО 27 июня 2018 г. «Возможные направления совершенствования общего образования для обеспечения инновационного развития страны» (по результатам международных исследований качества общего образования). Доклад Г.С. Ковалевой. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/materialy-k-zasedaniyu-prezidiuma-rao-27-iyunya-2018-g-vozmozhnye-napravleniya-sovershenstvovaniya-obshchego-obrazovaniya-dlya> .
3. Проект Министерства просвещения РФ «Мониторинг формирования функциональной грамотности». URL: <http://www.centeroko.ru/pisa18/>.
4. Указ «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года». 7 мая 2018 г. URL: <http://www.kremlin.ru/events/president/news/57425>.
5. Басюк В.С., Ковалева Г.С. Инновационный проект Министерства просвещения «Мониторинг формирования функциональной грамотности»: основные направления и первые результаты // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т. 1. № 4 (61). С. 13–33.
6. Ковалева Г.С. Что необходимо знать каждому учителю о функциональной грамотности? // Вестник образования. 2019. № 16. С. 32–36.
7. Деменева Н.Н. Оценка эффективности реализации компетентностного подхода в обучении математике в начальной школе. // Вестник Мининского университета. 2018. Т. 6. № 3 (24). С. 7.
8. Краснянская К.А., Денищева Л.О. Сравнительная оценка математической грамотности 15-летних учащихся в рамках международного исследования // Математика в школе. 2005. № 3. С. 70–77.
9. Малышев И.Г. Динамика качества математического образования // Нижегородское образование. 2016. № 1. С. 17–25.
10. Пичугин С.С. Графическое моделирование в работе над текстовой задачей. // Начальная школа. 2009. № 5. С. 41–45.

11. Раицкая Г.В. Модель включения младших школьников в активную познавательную деятельность средствами решения проектных задач // Педагогика и психология: проблемы развития мышления: материалы II Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (08 декабря 2016 г., Красноярск) / под общ. ред. Т.Н. Ищенко; Сибирский университет науки и технологий. Красноярск, 2017. С. 102–107.
12. Рослова Л.О., Краснянская К.А., Квитко Е.С. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т. 1. № 4 (61). С. 58–79.
13. Сафонова Л.А. О действиях, составляющих умение решать текстовые задачи // Математика в школе. 2000. № 8. С. 34–36.
14. Тяглова Е.Г., Васильева Р.Л. О возможности формирования математической грамотности учащихся основной и старшей школы с помощью контекстных заданий // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы VII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции «Информационные технологии в математике и математическом образовании» (12–13 ноября 2020 г., Красноярск) / отв. редактор М.Б. Шашкина. Красноярск, 2020. С. 112–119.
15. Тяглова Е.Г., Васильева Р.Л. Формирование математической грамотности учащихся на уроках математики посредством заданий, представленных в контексте реальных жизненных ситуаций // Нижегородское образование. 2020. № 2. С. 72–78.
16. Тяглова Е.Г. Математическая грамотность учащихся: понимание, анализ, измерение // Математическое образование: состояние, проблемы, перспективы: материалы международной научно-практической конференции (14 марта 2019 г., Актюбинск) / отв. ред. Б.А. Ердембеков. Актюбинск: издательство Актюбинского регионального государственного университета им. К. Жубанова, 2019. С. 317–320.
17. Тюменева Ю.А. Что в заданиях PISA по математике мешает российским школьникам их выполнять? URL: <https://fioco.ru/Media/Default/Presentations/%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D1%8F%2024-25.11.2016/%D0%A2%D1%8E%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%B5%D0%B2%D0%B0%20%D0%AE.%D0%90..pdf>

Интернет-ресурсы

18. Демоверсии, спецификации, кодификаторы ОГЭ 2020 г. URL: <http://www.fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory>.

19. Основные подходы к оценке математической грамотности. URL: http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_ml.html.

20. Открытый банк заданий ОГЭ. URL: <http://oge.fipi.ru/os/xmodules/qprint/index.php?proj=DE0E276E497AB3784C3FC4CC20248DC0>.

21. Проведение исследования PISA–2018 в России: оценка математической грамотности. URL: http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_ml.html.4.

Электронное учебное издание

Рита Леонидовна Васильева
Елена Григорьевна Тяглова

**Формирование математической грамотности
на уроках (из опыта работы творческой
группы учителей Красноярского края)**

Методические рекомендации

Редактор: *С.В. Буланкова*
Вёрстка: *М.А. Мамедов*

Подписано к публикации 14.01.2022

Подготовлено к публикации научно-методическим отделом
Красноярского краевого института повышения квалификации
и профессиональной переподготовки работников образования

660049, Россия,
г. Красноярск, пр. Мира, 76,
Красноярский краевой ИПК ПП РО
Тел: 8(391) 206-99-19 (114)